

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ELEKTRICKÝCH MOTORŮ METODOU  
PODPROSTORŮ

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. PAVOL JENČA

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ELEKTRICKÝCH MOTORŮ METODOU PODPROSTORŮ

ELECTRICAL MOTORS PARAMETERS IDENTIFICATION USING SUBSPACE BASED METHODS

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. PAVOL JENČA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. PETR BLAHA, Ph.D.

BRNO 2012



**VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií**

**Ústav automatizace a měřicí techniky**

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Kybernetika, automatizace a měření**

**Student:** Bc. Pavol Jenča

**ID:** 106913

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2011/2012

## NÁZEV TÉMATU:

**Identifikace parametrů elektrických motorů metodou podprostorů**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

- seznámte se s principem identifikace dynamických systémů metodou podprostorů
- proveďte identifikaci parametrů stejnosměrného a synchronního motoru s permanentními magnety použitím metody podprostorů
- srovnajte metodu identifikace pomocí podprostorů s dalšími identifikačními metodami z hlediska paměťové náročnosti, výpočetní náročnosti a přesnosti získaného odhadu parametrů

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Caha, Z.; Černý, M. : Elektrické pohony, Praha, SNTL 1990.
- [2] Vas, P.: Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines. Clarendon press, Oxford, 1993, ISBN 0-19-859375-9.
- [3] Van Overschee, P.; De Moor, B.: Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications, Kluwer Academic Publishers, 1996, ISBN 0-7923-9717-7.

další dle doporučení vedoucího

**Termín zadání:** 6.2.2012

**Termín odevzdání:** 21.5.2012

**Vedoucí práce:** doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**  
*Předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## ABSTRAKT

V tejto diplomovej práci je riešená identifikácia parametrov elektrických motorov pomocou metódy podpriestorov. Elektrické motory sú simulované v prostredí Matlab/Simulink a konkrétne sa jedná o jednosmerný motor s permanentnými magnetmi a synchronný motor s permanentnými magnetmi. Identifikácia prebieha v programe Matlab. Pre identifikáciu parametrov metódou podpriestorov sú vyskúšané rôzne typy podpriestorových algoritmov. Výsledky identifikácie parametrov metódou podpriestorov sú porovnané s metódou najmenších štvorcov. V práci je popísaná metóda podpriestorovej identifikácie, typy podpriestorových algoritmov, použité elektrické motory, nelineárny prístup identifikácie a porovnanie identifikovaných parametrov.

## KLÚČOVÉ SLOVÁ

Podpriestor, kolmá projekcia, šikmá projekcia, prienik, matica, rozklad, singulárne hodnoty, identifikácia, algoritmus, metóda podpriestorov, metóda najmenších štvorcov, parametre, deterministický systém, stochastický systém, stavový popis, jednosmerný motor, synchronný motor, matlab

## ABSTRACT

The electrical motors parameters identification is solved in this master's thesis using subspace based methods. Electrical motors are simulated in Matlab/Simulink interactive environment, specifically permanent magnet DC motor and permanent magnet synchronous motor. Identification is developed in Matlab interactive environment. Different types of subspace algorithms are used for the estimation of parameters. Results of subspace parameters estimation are compared with least squares parameters estimation. The thesis describes subspace method, types of subspace algorithms, used electrical motors, nonlinear approach of identification and comparison of parameters identification.

## KEYWORDS

Subspace, orthogonal projection, oblique projection, intersection, matrix, decomposition, singular values, identification, algorithm, subspace method, least squares method, parameters, deterministic system, stochastic system, state space, DC motor, synchronous motor, matlab

JENČA, Pavol *Identifikace parametrů elektrických motorů metodou podprostorů*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2012. 76 s. Vedúci práce bol doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

## PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som svoju diplomovou prácu na tému „Identifikace parametrů elektrických motorů metodou podprostorů“ vypracoval samostatne pod vedením vedúceho diplomovej práce, využitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej diplomovej práce ďalej prehlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto diplomovej práce som neporušil autorské práva tretích osôb, najmä som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a/nebo majetkových a som si plne vedomý následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúcich autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorskom, o právach súvisejúcich s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (autorský zákon), vo znení neskorších predpisov, vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia časti druhej, hlavy VI. diel 4 Trestného zákoníka č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

(podpis autora)

## POĎAKOVANIE

Rád by som poďakoval vedúcemu diplomovej práce pánovi doc. Ing. Petrovi Blahovi, Ph.D. za odborné vedenie, konzultácie, trpezlivosť a podnetné návrhy k práci.

Brno .....

.....

(podpis autora)

# OBSAH

<b>Úvod</b>	<b>11</b>
<b>1 Metóda podpriestorov</b>	<b>13</b>
1.1 Úvod do metódy . . . . .	13
1.2 Stavový popis dynamických modelov . . . . .	14
1.3 Nástroje pre subspace metódu . . . . .	15
1.3.1 Geometrické nástroje . . . . .	16
1.3.2 Algebraické nástroje . . . . .	20
1.3.3 Stavová realizácia . . . . .	23
1.3.4 Rozšírený stavový model . . . . .	25
<b>2 Typy identifikácií pre metódu podpriestorov</b>	<b>27</b>
2.1 Deterministická identifikácia . . . . .	27
2.1.1 Deterministický systém . . . . .	27
2.1.2 Algoritmy deterministickej identifikácie . . . . .	27
2.2 Stochastická identifikácia . . . . .	31
2.2.1 Stochastický systém . . . . .	31
2.2.2 Algoritmy stochastickej identifikácie . . . . .	32
2.3 Kombinovaná deterministicko-stochastická identifikácia . . . . .	34
2.3.1 Kombinovaný deterministicko-stochastický systém . . . . .	34
2.3.2 Algoritmy kombinovanej deterministicko-stochastickej identifikácie . . . . .	35
2.3.3 Prehľad použitých algoritmov podpriestorovej identifikácie . . . . .	36
<b>3 Metóda najmenších štvorcov</b>	<b>40</b>
3.1 Lineárna regresia . . . . .	40
3.2 Popis metódy najmenších štvorcov . . . . .	40
<b>4 Jednosmerný motor s permanentnými magnetmi</b>	<b>42</b>
4.1 Základné časti . . . . .	42
4.2 Matematický model . . . . .	43
4.3 Riadenie rýchlosti . . . . .	43
4.4 Parametre simulovaného JS motora . . . . .	44
4.5 Offline identifikácia modelu . . . . .	44
<b>5 Synchronný motor s permanentnými magnetmi</b>	<b>51</b>
5.1 Matematický model . . . . .	52
5.2 Riadenie motora . . . . .	53

5.3	Parametre simulovaného synchronného motora . . . . .	54
5.4	Offline identifikácia modelu . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Nelineárny prístup identifikácie</b>	
	<b>parametrov PMSM</b>	<b>62</b>
6.1	Popis problému . . . . .	62
6.2	Gradientné metódy . . . . .	64
6.2.1	Obecný popis [22] . . . . .	64
6.3	Riešenie problému . . . . .	64
<b>7</b>	<b>Výsledky diplomovej práce</b>	<b>68</b>
7.1	Výsledky . . . . .	68
<b>8</b>	<b>Záver</b>	<b>69</b>
	<b>Literatúra</b>	<b>70</b>
	<b>Zoznam symbolov, veličín a skratiek</b>	<b>73</b>
	<b>Zoznam príloh</b>	<b>75</b>
<b>A</b>	<b>CD médium</b>	<b>76</b>



# **ZOZNAM OBRÁZKOV**

1.1	Dynamický systém. . . . .	14
1.2	Grafická reprezentácia modelu. . . . .	15
1.3	Interpretácia ortogonálnej projekcie v $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 2$ ). . . . .	17
1.4	Interpretácia šikmej projekcie v $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 2$ ). . . . .	18
1.5	Interpretácia principiálnych uhlov a smerov v $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 3$ ). . . . .	18
1.6	Uhol medzi $u(t)$ a $e(t)$ v závislosti na počte vzorkov [5]. . . . .	21
2.1	Model deterministického systému. . . . .	27
2.2	Prehľad deteterministickej identifikácie metódou podprieorov. . . . .	28
2.3	Model stochastického systému. . . . .	32
2.4	Prehľad stochastickej identifikácie metódou podprieorov. . . . .	32
2.5	Model kombinovaného deterministicko-stochastického systému. . . . .	34
2.6	Prehľad det.-stoch. identifikácie metódou podprieorov. . . . .	35
4.1	Náhradná schéma JS motora s konštantným magnetickým tokom. . . . .	43
4.2	Identifikačný model v prostredí Matlab/Simulink. . . . .	45
4.3	Model jednosmerného motora s permanentnými magnetmi v prostredí Matlab/Simulink. . . . .	47
4.4	Zjednodušený model jednosmerného motora s rozdelením na dve časti. . . . .	48
4.5	Pamäťová a výpočtová náročnosť algoritmov identifikácie najmeších štvorcov (MNC) a podprieorovej identifikácie (subid, n4sid, subid3b, bilinid). . . . .	49
4.6	Poloha diskretného pólu systému jednosmerného motora identifikovaného metódou najmenších štvorcov. . . . .	50
4.7	Poloha diskretného pólu systému jednosmerného motora identifikovaného metódou podprieorov algoritmom "subid". . . . .	50
5.1	Bloková schéma synchronného motora s permanentnými magnetmi. . . . .	53
5.2	Identifikačný model v prostredí Matlab/Simulink. . . . .	56
5.3	Model PMSM v prostredí Matlab/Simulink. . . . .	57
5.4	Pamäťová a výpočtová náročnosť algoritmov identifikácie najmeších štvorcov a podprieorovej identifikácie. . . . .	59
5.5	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov. . . . .	59
5.6	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou podprieorov - algoritmus n4sid. . . . .	60
5.7	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov. . . . .	60

5.8	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid. . . . .	61
6.1	Nelineárny systém s nelinearitami na meraných vstupoch. . . . .	62
6.2	Model PMSM s nelineárnou a lineárnou časťou. . . . .	63
6.3	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov. . . . .	66
6.4	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid. . . . .	66
6.5	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov. . . . .	67
6.6	Poloha diskretného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid. . . . .	67

# ZOZNAM TABULIEK

4.1	Parametre simulovaného jednosmerného motora. . . . .	44
4.2	Maximálna a minimálna hodnota konštanty motora ( $km$ ). . . . .	48
4.3	Identifikované parametre simulovaného PMDC metódou metódou najmenších štvorcov (MNC) a metódou podpriestorov (SUBID) pre rôzny počet I/O vzorkov dát ( $\delta$ - chyba identifikácie). . . . .	49
5.1	Parametre simulovaného synchronného motora. . . . .	55
6.1	Identifikované parametre simulovaného synchronného motora metódou podpriestorov pre rôzny počet vstupných vzorkov dát ( $\delta$ - chyba identifikácie). . . . .	65
6.2	Identifikované parametre simulovaného synchronného motora metódou najmenších štvorcov pre rôzny počet vstupných vzorkov dát ( $\delta$ - chyba identifikácie). . . . .	65

# ÚVOD

Pojem systém v teórii riadenia predstavuje určitý definovaný celok komponentov, ktorými sú vstupy, procesy a výstupy. Medzi týmito komponentami existujú určité vzťahy, ktoré sledujú nejaký cieľ. Ak k systému pridáme pojem dynamika je možné si predstaviť systém, ktorý sa v čase vyvíja a mení. Všetky veličiny dynamického systému sú určené v čase ( $t$ ), ktorý je prvkom množiny časových okamžikov. Ak je dynamický systém riadený systémom, tak v každom okamžiku  $t$  pôsobí na systém nejaký vstupný dej (vstupná riadiaca veličina)  $u(t)$  a vystupuje z neho nejaký výstupný dej (výstupná veličina)  $y(t)$  (SISO systémy). U systémov s viacerými vstupmi a výstupmi sú vstupné a výstupné deje vektorovými veličinami (MIMO systémy).

Medzi možnosti získavania modelu systému patrí: slovný popis (na základe intuície), matematické modelovanie (znalosť fyzikálnych zákonov - analýza) a identifikácia systému (experimentálny prístup). V tejto práci je vysvetlená možnosť získavania modelu pomocou identifikácie systému. Identifikácia je určenie systému na základe vstupov a výstupov v špecifikovanej triede systémov tak, aby určený systém bol na základe testu ekvivalentný so skúmaným systémom. Systém je vystavený experimentom a z nameraných dát je vytvorený odpovedajúci model. Model je definovaný v okolí pracovného bodu a jeho parametre neodpovedajú fyzikálnym veličinám systému. Takáto možnosť získavania modelu je jednoduchá na tvorbu a použitie.

Jednou z existujúcich metód identifikácie systémov, ktorá bude vysvetlená v tejto práci sú metódy podpriestorov (subspace metódy). Používajú sa pre identifikáciu parametrov lineárnych stavových modelov (popísaných diferenciálnymi rovnicami). Identifikácia prebieha na základe získania I/O dát, z ktorých sa vytvoria tzv. podpriestory. Metódy sú založené na geometrických operáciách (projekcie, prieniky) s vytvorenými podpriestormi a numerickej lineárnej algebre. Predstavujú alternatívu k rozšíreným PEM metódam - prediction error (napr. ML identifikácia ARX modelov pomocou najmenších štvorcov).

Jedným so systémov, ktoré je potrebné pri ich používaní správne a v čas identifikovať sú elektrické pohony. V dnešnej dobe hrajú elektrické pohony veľmi dôležitú úlohu v priemysle. Komfort ich riadenia je dôležitou stránkou pri zhromažďovaní narastajúcich požiadavkou užívateľov vzhľadom k flexibilita a presnosti spôsobovanej technologickým pokrokom v aplikačnej oblasti. Pri identifikácii elektrických pohonov je potrebná vysoká presnosť z dôvodu prísnych pracovných podmienok a široko premenným údajom sledovaných veličín (moment, zrýchlenie, rýchlosť, poloha). Do skupiny elektrických pohonov, ktorými sa zaoberá táto diplomová práca patria jednosmerné a synchronné motory. Jednosmerné motory patria k najstarším rotačným elektromotorom. Veľké jednosmerné motory sa používajú v elektrickej trakcii. Menšie jednosmerné motory majú v elektronike špeciálne použitie ako polohovacie a regu-

lačné zariadenia. V tejto práci uvažujeme s jednosmerným motorom s permanentnými magnetmi. Synchronne motory sa používajú pre širokú škálu aplikácií vďaka ich spoľahlivosti, jednoduchej konštrukcii a z toho vyplývajúcej menšej cene a menšej hmotnosti v porovnaní s jednosmernými motormi. Preto sa už aj dnes synchronne motory používajú tam, kde sa požaduje premenlivá rýchlosť otáčania. V tejto práci uvažujeme so synchronným motorom s permanentnými magnetmi.

Pri identifikácii elektrických motorov predstavujúcich nelineárny systém sa črtá zaujímavý prípad toho, aká bude presnosť identifikácie prostredníctvom metódy podpriestorov slúžiacej pre identifikáciu lineárnych systémov, prípadne, aké ďalšie úpravy alebo prístupy bude za potreby spraviť, aby bol výsledok uspokojujúci. Pre identifikáciu je použité prostredie Matlab, ktoré predstavuje silný nástroj pre vedecko-technické numerické výpočty, modelovanie, návrh algoritmov, počítačových simulácií prípadne meranie a spracovanie dát.

# 1 METÓDA PODPRIESTOROV

Táto kapitola čerpá z literatúry [1].

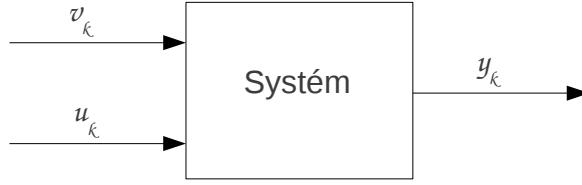
## 1.1 Úvod do metódy

Identifikácia metódou podpriestorov vznikla z dôvodu vzrastajúceho záujmu vo vytváraní a ovládaní matematických modelov pre všetky druhy aplikácií ktorými sú napr. simulácia, predikcia, diagnostika porúch, monitorovanie kvality a bezpečnosti, odhad stavov, spracovanie signálov, modelové riadenie systémov a iné.

Hlavným cieľom tejto metódy je nájdenie dynamických modelov z I/O dát, ktoré sú generované tzv. kombinovanými deterministicko-stochastickými lineárnymi systémami. Inými slovami sa jedná o to, že dáta ktoré sú generované ako lineárne, časovo premenné a konečné (rozmerovo) tvoria dynamický systém s deterministickými a stochastickými vstupnými signálmi.

Názov podpriestor (z angl. subspace) reprezentuje to, že lineárne modely môžu byť získavané z riadkových a stĺpcových priestorov matíc vytvorených zo získaných I/O dát. Stĺpcový priestor týchto maticových dát nesie informácie o modele daného systému. Riadkový priestor umožňuje získať stavový popis priamo z I/O dát (bez znalosti predošlého modelu). Medzi výhody metódy podpriestorov patrí to, že je rovnaká zložitosť identifikácie pre systémy s jedným vstupom a výstupom (SISO) a pre systémy s viacerými vstupmi a výstupmi (MIMO). Ďalšími vlastnosťami je malý počet užívateľom nastavovaných parametrov (iba rád systému, ktorého odhad dokonca sami poskytujú), numericky robustná implementácia pomocou rozkladu na singulárne čísla (SVD) a QR faktorizácie (nenáročné dobre pochopiteľné techniky), implicitná redukcia rádu modelu, sú nevhodné pre malé súbory dát atď. Algoritmy metódy podpriestorov sú založené na geometrických operáciách (projekcie, prieniky) a numerickej lineárnej algebre. Rozmach a použitie tejto metódy viedol k vytvoreniu pracovných toolbox-ov, ktoré je možné použiť.

Dynamický systém, s ktorým sa budeme zaoberať je zobrazený na 1.1.  $U_k$  reprezentuje deterministický vstup,  $v_k$  predstavuje poruchy a  $y_k$  reprezentuje deterministický výstup. Všetky veličiny sú diskkrétne vektorové signály. Vstupné  $u_k$  a výstupné  $y_k$  signály je možné merať, pričom poruchy  $v_k$  na systém vplývajú náhodne a nie je možné ich jednoducho identifikovať.



Obr. 1.1: Dynamický systém.

## 1.2 Stavový popis dynamických modelov

Hlavnou myšlienkou tejto metódy je použitie stavového popisu diskretných (nespojité), lineárnych, časovo-invariantných modelov. Tieto modely predstavujú istú vyhradenú triedu, ktorou je s veľkou presnosťou popísaných mnoho priemyselných procesov. Mnoho riadených systémových nástrojov, ktoré sú k dispozícii pre návrh regulátora sú založené práve na tomto type modelov, bez presného ohraničenia.

Matematicky sa tieto modely vyjadrujú nasledujúcim súborom diferenčných rovníc:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (1.1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \quad (1.2)$$

$$\mathbf{E}\left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} w_q^T & v_p^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^p & R \end{pmatrix} \delta_{pq} \geq 0 \quad (1.3)$$

Tento model ako môžeme vidieť so stavového popisu je tvorený vektormi a maticami:

**vektory:**

$u_k \in R^m$  a  $y_k \in R^l$  predstavujú namerané hodnoty  $m$  vstupov a  $l$  výstupov procesu v diskretnom kroku  $k$ ,

$x_k \in R^n$  je stavový vektor procesu v diskretnom kroku  $k$ ,

$v_k \in R^l$  a  $w_k \in R^n$  sú nezmerateľné vektorové signály, u ktorých sa predpokladá, že sú nulové, stacionárne, vektorové sekvencie bieleho šumu.

**matice:**

$A \in R^{m \times n}$  je systémová matica (matica spätných väzieb) popisujúca dynamiku systému (charakterizovaná vlastnými hodnotami),

$B \in R^{n \times m}$  je vstupná matica popisujúca lineárnu transformáciu, ktorou deterministické vstupy ovplyvňujú nasledujúci stav,

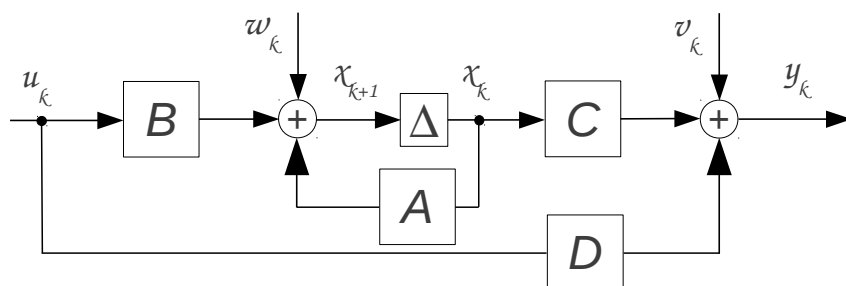
$C \in R^{l \times n}$  je výstupná matica popisujúca ako sa vnútorný stav transformuje na výstup,

$D \in R^{l \times m}$  je matica priamych väzieb výstupu na vstup, v mnohých prípadoch je rovná nule

$Q \in R^{n \times n}$ ,  $S \in R^{n \times l}$  a  $R \in R^{l \times l}$  sú kovariančné matice šumových sekvencií  $v_k$  a  $w_k$ .

Maticový pár  $A, C$  sa predpokladá za pozorovateľný, čo vedie k tomu, že všetky režimy v systéme môžu byť pozorovateľné vo výstupe  $y_k$  a takto teda môžu byť identifikované. Maticový pár  $A, [BQ^{1/2}]$  sa predpokladá za riaditeľný, čo vedie k tomu, že všetky režimy systému sú budené (vyvolané) deterministickým  $u_k$  a zároveň stochastickým  $w_k$  vstupom alebo len jedným z týchto vstupov.

Grafická reprezentácia systému je na obrázku 1.2. Vektorové signály  $u_k$  a  $y_k$  sú prístupné a je možné ich zmerať. Vektorové signály  $w_k$  a  $v_k$  sú neznáme poruchové signály, ktoré nie je možné nejakým spôsobom priamo zmerať. Symbol  $\Delta$  reprezentuje časové oneskorenie. Vnútrorná spätná väzba prostredníctvom matice  $A$  reprezentuje dynamiku systému a sú v nej zahrnuté taktiež snímače a aktuátory dynamiky. Predpokladá sa že vstup  $u_k$  je k dispozícii bez meracieho šumu. Otázkou samozrejme



Obr. 1.2: Grafická reprezentácia modelu.

ostáva, prečo sa linearita môže uplatniť pre každodenné procesy, pričom je známe, že mnoho z nich sú intrinzičné nelineárne systémy. Jedným z dôvodov je skúsenosť, že časť priemyselných procesov je dobre aproximovateľná konečnými lineárnymi systémami, pričom komplexný tvar je nahradený výberom dostatočne vysokého rádu  $n$  systému. Ďalším dôvodom je to, že regulátor efektívne linearizuje systém v okolí pracovného bodu. Nakoniec môžeme povedať, že návrh regulátora pre konečný lineárny systém je podstatne ľahšia záležitosť.

Zhrnutím predošlých poznatkov ostáva dodať, že hlavným problémom tejto metódy je zo zmeraných vstupov  $(u_1, \dots, u_s)$  a výstupov  $(y_1, \dots, y_s)$  nájsť príslušný rád  $n$  systému a systémové matice  $A, B, C, D, Q, R, S$ .

### 1.3 Nástroje pre subspace metódu

Metóda podpriestorov pozostáva z geometrických a algebraických nástrojov, ktoré sú použité pri jej vývoji, resp. použitíu.



### 1.3.1 Geometrické nástroje

V tejto časti budeme predpokladať, že matice  $A \in R^{p \times j}$ ,  $B \in R^{q \times j}$  a  $C \in R^{r \times j}$  sú známe (dané). Elementy riadku jednej z daných matíc môžu byť považované za súradnice vektoru v  $j$ -rozmernom priestore. Riadky každej matice  $A, B, C$  takto definujú základ pre lineárny vektor v tomto priestore.

#### Kolmá (ortogonálna) projekcia v 2D

Ortogonálna projekcia odpovedá v 2D priestore rozkladu vektora do dvoch vzájomne kolmých vektorov. Rozklad riadkového vektora  $a \in R^2$  do priestoru vektora  $b \in R^2$  a ortogonálneho vektora  $b^\perp \in R^2$  (tj. pre skalárny súčin platí  $b^\perp b^T = 0$ ):

$$a = a/b + a/b^\perp = l_1 b + l_2 b^\perp \quad (1.4)$$

k získaniu koeficientu  $l_1$  vynásobíme rovnicu zprava  $b^\perp$ :

$$ab^\perp = l_1 b b^\perp + l_2 b^\perp b^\perp$$

$$ab^\perp = l_1 b b^\perp$$

odtiaľ pre  $l_1$ :

$$l_1 = ab^T (b b^\perp)^{-1}$$

pre ortogonálnu projekciu  $a$  do  $b$ :

$$a/b = l_1 b = ab^T (b b^\perp)^{-1} b = a \Pi_b$$

kde  $\Pi_b = b^T (b b^\perp)^{-1} b$  je ortogonálna projekčná matica do priestoru generevaného vektorom  $b$ . Dosadením  $l_1$  do pôvodného rozkladu dostaneme pre  $l_2 b^\perp$ :

$$a = ab^T (b b^\perp)^{-1} b + l_2 b^\perp$$

$$l_2 b^\perp = a[I - b^T (b b^\perp)^{-1} b]$$

pre ortogonálnu projekciu  $a$  do  $b^\perp$ :

$$a/b^\perp = l_2 b^\perp = a[I - b^T (b b^\perp)^{-1} b] = a \Pi_{b^\perp}$$

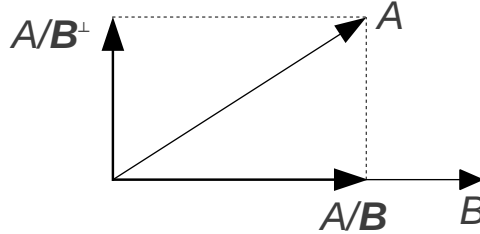
kde  $\Pi_{b^\perp} = I - b^T (b b^\perp)^{-1} b = I - \Pi_b$  je ortogonálna projekčná matica do priestoru generovaného vektorom  $b^\perp$ .

**ZHRNUTIE:**

$$\begin{aligned} a/b &= a \Pi_{b^\perp} & \Pi_b &= b^T (b b^\perp)^{-1} b \\ a/b^\perp &= a \Pi_b & \Pi_{b^\perp} &= I - \Pi_b \end{aligned} \quad (1.5)$$

### Kolmá (ortogonálna) projekcia riadkových priestorov matíc

Odvodenie ortogonálnej projekcie je zcela identické s predchádzajúcou projekciou vektorov v 2D - riadkové vektory sú zamenené za matice. Riadkový priestor matice  $A$  je možné jednoznačne rozložiť do dvoch vzájomne kolmých riadkových priestorov  $B$  a  $B^\perp$  (platí  $B^T B^\perp = 0$ ):



Obr. 1.3: Interpretácia ortogonálnej projekcie v  $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 2$ ).

$$A = A/B + A/B^\perp = L_B B + L_{B^\perp} B^\perp \quad (1.6)$$

#### ZHRNUTIE:

$$\begin{aligned} A/B &= A \Pi_B & \Pi_B &= B^T (B B^T)^{-1} B \\ A/B^\perp &= A \Pi_{B^\perp} & \Pi_{B^\perp} &= I - \Pi_B \end{aligned} \quad (1.7)$$

Je možné si všimnúť, že  $A/B = A B^T (B B^T)^{-1} B = A B^\dagger B \Rightarrow$  súvislosť s úlohou najmenších štvorcov (LS). Najprv je v zmysle najmenších štvorcov (LS) vyriešená úloha  $A = \theta B$  a následne je projekcia daná ako  $A/B = \theta B$ .

### Šikmá projekcia

Šikmá projekcia (obr. 1.4) predpokladá, že  $A$  vzniklo ako lineárna kombinácia ne-ortogonálnych matíc  $B, C$  a ortogonálneho doplnku  $B, C$ . Šikmá projekcia rozkladá maticu  $A$  do troch častí:

$$A = L_B \cdot B + L_C \cdot C + L_{B^\perp C^\perp} \cdot \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix}^\perp \quad (1.8)$$

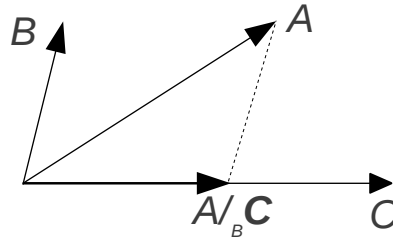
Matica  $L_C \cdot C$  je definovaná ako šikmá projekcia riadkového priestoru  $A$  pozdĺž riadkového priestoru  $B$  na riadkový priestor  $C$ :

$$A/_B C = L_C \cdot C$$

Matematická definícia šikmej projekcie:

$$A/_B C = A \begin{bmatrix} C^T & B^T \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} C \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^T & B^T \end{bmatrix} \right]^\dagger \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ 0 \end{bmatrix} C \quad (1.9)$$

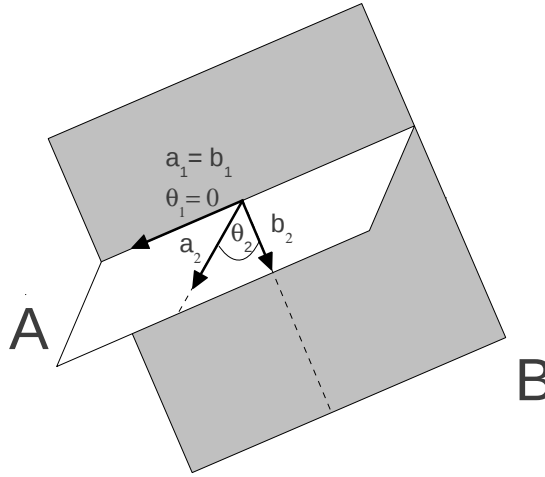
Výsledkom projekcie  $A/_B C$  je aký bol na tejto lineárnej kombinácii podiel zložky  $C$ .



Obr. 1.4: Interpretácia šikmej projekcie v  $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 2$ ).

### Principiálne uhly a smery

Principiálne uhly a smery medzi lineárnymi priestormi slúžia k nájdeniu prienikov. Predstavujú zobecnenú koncepciu uhlu medzi dvoma vektormi na uhly medzi dvoma priestormi. Princíp je zobrazený na obrázku 1.5, kde sú zobrazené dve roviny  $A$  a



Obr. 1.5: Interpretácia principiálnych uhlov a smerov v  $j$ -dimenzionálnom priestore ( $j = 3$ ).

$B$  v 3D priestore. Prvé principiálne smery hľadáme ako jednotkové vektory  $a_1 \in A$  a  $b_1 \in B$ , ktoré zvierajú najmenší uhol. Sú to vektory ležiace v priestore prieniku a zvierajú prvý principiálny uhol  $\theta_2 = 0$ . Druhé principiálne smery hľadáme už v menšom priestore  $a_2 \in A - \langle a_1 \rangle$  a  $b_2 \in B - \langle b_1 \rangle$  a opäť pod najmenším uhlom  $\theta = 0$ . Priestor prieniku je potom určený principiálnymi smermi odpovedajúcimi nulovým principiálnym uhlom. Praktické nájdenie principiálnych uhlov, smerov a prienikov umožňuje rozklad na singulárne čísla (SVD):

$$A^T.(AA^T)^\dagger.AB^T.(BB^T)^\dagger.B = USV^T \quad (1.10)$$

kde principiálne smery medzi riadkovými priestormi  $A$  a  $B$  sú rovné riadkom  $U^T$  a  $V^T$ . Kosínusy principiálnych uhlov medzi riadkovými priestormi  $A$  a  $B$  sú defino-

vané ako singulárne hodnoty (diagonála matice  $S$ ).Principiálne uhly a smery medzi riadkovými priestormi  $A$  a  $B$  sa označujú nasledovne:

- principiálne smery v riadkovom priestore matice  $A \Rightarrow [\mathbf{A} \angle B] \stackrel{def}{=} U^T$
- principiálne smery v riadkovom priestore matice  $B \Rightarrow [A \angle \mathbf{B}] \stackrel{def}{=} U^T$
- principiálne uhly medzi riadkovými priestormi matíc  $A$  a  $B \Rightarrow [A \angle B] \stackrel{def}{=} S$

## Štatistický prístup

V tejto časti sa pripodobnia štatistické predpoklady ku geometrickým vlastnostiam. Tieto vlastnosti sú použité v dôkazoch a náhľadoch v hlavných teorémoch. Určujú tak hlavný dôvod, prečo identifikačné algoritmy metódy podpriestorov fungujú dobre pre veľký počet dát. Podstatou identifikácie metódou podpriestorov založených na geometrických vlastnostiach priestorov generovaných signálmi vstupov, výstupov a sumu (poruchy) je **ortogonalita medzi nezávislými signálmi**.

Uvažujme dva sekvencie  $a_k \in R^{n_a}$  a  $e_k \in R^{n_e}$ ,  $k = 0, 1, \dots, j$ . Sekvencia  $e_k$  je nulová sekvencia, nezávislá na  $a_k$ :

$$\mathbf{E}[e_k] = 0$$

$$\mathbf{E}[a_k e_k^T] = 0$$

V identifikácii metódov podpriestorov typicky predpokladáme veľký počet vzorkov dát ( $j \rightarrow \infty$ ), a že dáta sú ergodické (charakteristiky systému je možné stanoviť z jedného merania, jednej realizácie). Vďaka ergodicite a nekonečnému počtu dát je možné nahradiť očakávaný operátor  $E$  (priemer cez nekonečný počet experimentov) s odlišným operátorom  $E_j$  použitým na sumu premenných (priemer cez jeden, nekonečne dlhý experiment). Pre vzájomný vzťah medzi  $a_k$  a  $e_k$  platí:

$$\mathbf{E}[a_k e_k^T] = \lim_{j \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{j} \sum_{i=0}^j a_i e_i^T \right] = \mathbf{E}_j \left[ \sum_{i=0}^j a_i e_i^T \right]$$

s predošlou definíciou  $\mathbf{E}_j$ :

$$\mathbf{E}_j[\bullet] = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} [\bullet]$$

Táto formula tvorí základ prístupu k medzipriestorovej metóde. Uvažujme pre instanciu  $a_k$  vstup  $u_k$  a pre poruchu vstup  $e_k$ . Ak teraz predpokladáme nekonečný počet prístupných dát (veľkú sadu dát) a vieme, že dáta sú ergodické a zároveň  $u_k$  a  $e_k$  sú nezávislé, tak potom platí:

$$\mathbf{E}_j \left[ \sum_{i=0}^j j u_i e_i^T \right] = 0 \quad (1.11)$$

Uložením dát do riadkových matíc dostávame:

$$u = ( u_0 \quad u_1 \quad \cdots \quad u_j )$$

$$e = ( e_0 \ e_1 \ \cdots \ e_j )$$

pričom platí, že:

$$\mathbf{E}_j[u.e^T] = 0$$

čo značí, že vstupný vektor  $u$  je kolmý na vektor porúch  $e$ . Geometricky (a pre  $j \rightarrow \infty$ ) môžeme potvrdiť, že riadkové vektory porúch sú kolmé na riadkové vektory vstupov (a ostatných premenných nesúvisiacich s poruchami). Táto vlastnosť je použitá v algoritmoch podpriestorovej identifikácie pre obmedzenie poruchových efektov. Projekciou poruchy na vstup sa porucha potlačí:

$$\mathbf{E}_j[\| e/\mathbf{u} \|] = 0$$

Touto normou je zrejmé, že algoritmy podpriestorovej identifikácie nie sú vhodné pre malé záznamy dát. Ak máme napr. dva nezávislé skalárne signály  $u(t)$  a  $e(t)$  ( $Ee(t) = 0$ ), napríklad diskkrétne signály [5]:

$$u(t) = 10 + 10\sin(t/2) + v(t),$$

$$e(t) = w(t),$$

$$\begin{pmatrix} v(t) \\ w(t) \end{pmatrix} \sim N(0, I)$$

Ak z týchto signálov poskladáme  $N$ -vzorkov do vektora  $u$  a  $v$ , potom uhol  $\alpha$  medzi týmito vektormi je:

$$\cos(\alpha) = \frac{u^T v}{|u||v|},$$

bude sa blížitiť  $\frac{\pi}{2}$ . Na obrázku 1.6 je graf ukazujúci strednú hodnotu a smerodajnú odchýlku uhla zo 100 realizácií pre každú dĺžku  $N$ . Tento príklad demonštruje to, že aj pre malý počet dát je uhol v strednej hodnote približne  $\pi/2$ , avšak s veľkou odchýlkou pre jednotlivé realizácie. S rastúcim počtom vzorkov sa odchýlka rýchle zmenšuje.

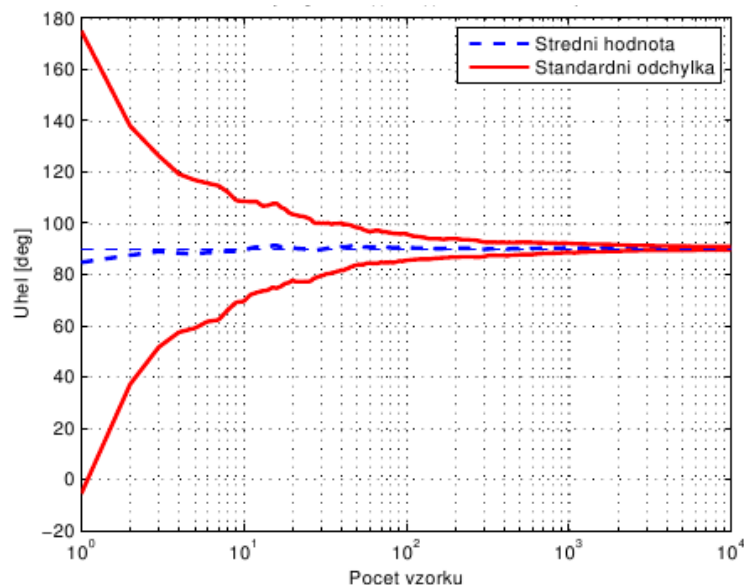
### 1.3.2 Algebraické nástroje

Medzi základné algebraické nástroje patria stĺpcové a riadkové maticové priestory, Hankelove matice a rozklad na singulárne čísla. Všetky tieto algebraické nástroje hrajú dôležitú úlohu v algoritmoch podpriestorovej identifikácie.

#### Riadkový a stĺpcový priestor matice

Riadkový priestor matice  $A \in R^{m \times n}$ , označovaný ako  $row(A)$ , je podpriestor  $R^n$  tvorený všetkými lineárnymi kombináciami (lineárnym obalom) riadkových vektorov matice  $A$ :

$$row(A) = \langle a_1, \dots, a_m \rangle, \quad \text{kde } A = [ a_1^T \ \dots \ a_m^T ]^T,$$



Obr. 1.6: Uhol medzi  $u(t)$  a  $e(t)$  v závislosti na počte vzorkov [5].

symbol  $\langle \bullet \rangle$  označuje lineárny obal v ňom uzavretých vektorov  $\bullet$ .

Stĺpcový priestor matice  $A \in R^{m \times n}$ , označovaný ako  $col(A)$ , je podpriestor  $R^m$  tvorený všetkými lineárnymi kombináciami (lineárnym obalom) stĺpcových vektorov matice  $A$ :

$$col(A) = \langle a_1, \dots, a_n \rangle, \quad \text{kde } A = [a_1^T \dots a_n^T]^T,$$

### Hankelove matice

Predstavujú matice s rovnakými prvkami na vedľajších diagonálach. Z postupností  $\{a(t)\}_1^{m+n-1}$  je možné Henkelovu maticu  $H \in R^{m \times n}$  vytvoriť ako:

$$H = \begin{bmatrix} a(1) & a(2) & a(3) & \dots & a(n) \\ a(2) & a(3) & a(4) & \dots & a(n+1) \\ a(3) & a(4) & \ddots & \dots & a(n+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(m) & \dots & \dots & \dots & a(m+n-1) \end{bmatrix}$$

kde hodnota prvku na pozícii  $(i, j)$  závisí iba na súčte  $i + j - 1$

$$h_{i,j} = a(i + j - 1)$$

Jednotlivé prvky môžu byť takisto vektory alebo matice, potom hovoríme o blokovej Hankelovej matici.

Ak je  $\{y(t)\}_0^k$  odozva systému  $n$ -tého rádu s nulovými počiatočnými podmienkami  $x(0)$  na ľubovoľný vstupný signál, potom Hankelova matica  $Y$  vzniká z tejto odozvy

má hodnotu najvyššiu  $n$ . Navyše ak je systém dostatočne vybudovaný potom stĺpcový priestor  $\text{col}(Y)$  je invariantný a je zhodný so stĺpcovým priestorom rozšírenej matice pozorovateľnosti (viz. rovnice rozšíreného stavového modelu).

## Rozklad na singulárne čísla (SVD)

Rozklad na singulárne čísla faktorizuje obdĺžnikovú maticu  $A \in R^{m \times n}$  na súčin troch matíc:

$$A = USV^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix}^T, \quad S_1 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_l \end{bmatrix}, \quad (1.12)$$

kde  $S \in R^{m \times n}$  je diagonálna matica so singulárnymi číslami na diagonále a  $U \in R^{m \times m}$  resp.  $V \in R^{n \times n}$  sú ortonormálne (všetky ich bázické vektory sú jednotkové) so stĺpcami tvorenými ľavými resp. pravými singulárnymi vektormi,  $S_1 \in R^{l \times l}$  obsahuje nenulové singulárne čísla v nerastúcom poradí  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_l$ . Rozklad na singulárne čísla predstavuje silný nástroj lineárnej algebry so širokým využitím napr.:

- Určenie hodnoty  $\text{rank}(A) = l$ , posúdenie "blízkosti k singularite" z najmenšieho singulárneho čísla.
- Maticová pseudoinverzia  $A^\dagger = VS^{-1}U^T$  ( $S^{-1}$  má na diagonále inverziu nenulových singulárnych čísel).
- Riešenie úlohy najmenších štvorcov  $Z0 = b$  i v prípade regresora  $Z$  bez plnej stĺpcovej hodnoty ako  $\hat{0} = Z^\dagger b$  a posúdenie numerickej podmienenosti riešenia (citlivosť na zmeny v dátach) podľa podielu najväčšieho a najmenšieho singulárneho čísla (condition number  $\kappa = \sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ ).
- Nájdenie ortonormálnej bázy priestoru jadra  $A$  tvorenej pravými singulárnymi vektormi  $V_2$  odpovedajúca nulovým singulárnym číslam.
- Nájdenie ortonormálnej bázy stĺpcového priestoru  $A$  tvorenej ľavými singulárnymi vektormi  $U_1$  odpovedajúcimi nenulovým singulárnym číslam.
- Aproximácia maticou nižšej hodnoty - nájdenie matice  $A'$  s nižšou hodnotou  $k$ , ktorá je najlepšou aproximáciou  $A$  vo zmysle minimalizácie Frobeniovej maticovej normy

$$\min_{A'} \|A - A'\|_F^2 \quad \text{za podmienky} \quad \text{rank}(A') = k,$$

Frobeniova norma  $\|\bullet\|_F$  je odmocnina zo sumy kvadrátov jednotlivých prvkov matice. Aproximáciou  $A'$  získame zanedbaním singulárnych vektorov odpovedajúcich malým singulárnym číslam.

### 1.3.3 Stavová realizácia

Metóda autorov Ho & Kalman (1966) umožňuje pre danú impulznú postupnosť  $\{h(t)\}_0^{N-1}$  nájsť parametre  $A, B, C, D$  odpovedajúceho stavového modelu. Bez prítomnosti šumu, pre systém  $n$ -tého rádu postačuje vedieť aspoň  $2n$  prvkov postupnosti.

Stavová realizácia je založená na možnosti napísať Hankelovu maticu impulzných postupností ako súčin rozšírenej matice pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  a rozšírenej matice riaditeľnosti  $\Delta_i$ :

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}, \quad \Delta_i = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{i-1}B], \quad (1.13)$$

kde  $i$  je väčšie než rád systému  $n$ . Impulzná odozva stavového modelu je dána parametrami  $A, B, C, D$  ako:

$$\begin{aligned} h(0) &= Cx(0) + Du(0) = D \\ h(1) &= Cx(1) + Du(1) = C(Ax(0) + Bu(0)) + Du(1) = CB \\ h(2) &= Cx(2) + Du(2) = C(Ax(1) + Bu(1)) + Du(1) = \dots = CAB \\ &\vdots \\ h(i) &= CA^{i-1}B \end{aligned}$$

Usporiadanie impulznej postupnosti do Hankelovej matice:

$$H = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & & \\ h(2) & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & h(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CB & CAB & & \\ CAB & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & CA^{N-2}B \end{bmatrix},$$

je možné napísať ako súčin:

$$H = \Gamma_i \Delta_i.$$

Pre pozorovateľný a riaditeľný systém rádu  $n$  majú rozšírené matice pozorovateľnosti a riaditeľnosti plnú stĺpcovú resp. riadkovú hodnotu  $rank(H) = n$ . Toho je možné využiť a singulárnym rozkladom:

$$H = USV^T,$$

tak dostaneme  $n$  nenulových singulárnych čísel, ktorých počet určuje rád systému. Rozšírenú maticu riaditeľnosti a pozorovateľnosti je možné spočítať ako:

$$\Gamma_i = U(:, 1:n)S(1:n, 1:n)^{1/2}, \quad \Delta_i = S(1:n, 1:n)^{1/2}V(:, 1:n)^T,$$



kde odmocnina z  $S(1 : n, 1 : n)$  je jednoduchá, pretože sa jedná o diagonálnu maticu. Nájdene  $\Gamma_i$  a  $\Delta_i$  nemusí číselne odpovedať pôvodnému systému, čo je dané neurčitou voľbou báze stavového modelu.

#### Určenie parametrov $A, B, C, D$ zo znalostí $\Gamma_i$ a $\Delta_i$

Pre odhad parametrov stavového modelu je možné využiť napr. tzv. invariantnosť  $\Gamma_i$  voči posunu:

$$\overline{\Gamma}_i = \underline{\Gamma}_i A,$$

kde  $\overline{\Gamma}_i$  resp.  $\underline{\Gamma}_i$  sú rozšírené matice pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  bez prvého resp. bez posledného blokového riadku:

$$\overline{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}, \quad \underline{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-2} \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Maticu  $A$  tak je možné získať napr. pomocou najmenších štvorcov (LS), maticu  $B$  ako prvý blokový stĺpec  $\Delta_i$ , maticu  $C$  ako prvý blokový riadok  $\Gamma_i$  a maticu  $D$  ako prvý člen impulznej postupnosti:

$$\begin{aligned} A &= C\overline{\Gamma}_i^\dagger \underline{\Gamma}_i, \\ B &= \Delta_i(:, 1 : m), \\ C &= \Gamma_i(1 : l, :), \\ D &= h(0) \end{aligned}$$

kde  $m$  je počet vstupov a  $l$  je počet výstupov.

#### Realizácia so šumom zafarženej impulznej odozvy:

- Nenulových singulárnych čísel bude viac ako  $n$ .
- Pre nízku mieru šumu bude v postupnosti singulárnych čísel pozorovateľné skokové zmenšenie použiteľné pre odhad rádu systému. Pozorovateľnosť skoku sa bude s rastúcou mierou šumu rýchlo vytrácať.
- Pre zvolený rád poskytuje algoritmus taký stavový model, ktorého impulzná postupnosť bude mať približne minimálny súčet kvadrátov chýb odchýlok od zašumenej impulznej postupnosti.

#### Zhrnutie:

- Pre systémy s viacero vstupmi a výstupmi funguje metóda stavovej realizácie rovnako ( $h(i)$  sú matice).

- Nutnosť vedieť alebo získať impulznú postupnosť je značne obmedzujúce. Túto nevýhodu odstraňujú 4SID metódy, ktoré pracujú obdobne, avšak vystačia si s I/O experimentálnymi dátami.

### 1.3.4 Rozšírený stavový model

#### Stavový model v inovačnom tvare

Z hľadiska identifikácie je výhodné používať stochastický stavový model v inovačnom tvare

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t), \\y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t), \quad \text{cov}\{e(t)\} = R_e,\end{aligned}$$

ktorý získame aplikáciou Kalmanovho filtra na stochastický stavový model v obvyklom tvare so šumom procesu  $v(t)$  a šumom merania  $e'(t)$

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + v(t), \\y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e'(t), \quad \text{cov} \left\{ \begin{bmatrix} v(t) \\ e'(t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Kalmanové zosilnenie  $K$  získame z algebraickej Riccatiho rovnice:

$$\begin{aligned}K &= APC^T(CPC^T + R)^{-1}, \\P &= APA^T - K(C^T PC + R)K^T + Q,\end{aligned}$$

a kovarianciu  $R_e$

$$R_e = CPC^T + R.$$

- Oba modely sú ekvivalentné z hľadiska strednej hodnoty a kovariancie výstupu  $y(t)$ .
- Inovačný model má oproti obvyklému modelu menší počet stupňov voľnosti v stochastickom subsysteme, ktoré môžu byť jednoznačnejšie identifikované z I/O dát.

#### Rozšírený stavový model

Ak poznáme stav  $x(t)$ , postupnosť  $i$  vstupov  $\{u(t), u(t+1), \dots, u(t+i-1)\}$  a inovácií  $\{e(t), e(t+1), \dots, e(t+i-1)\}$ , potom pre výstup  $y(t)$  na 0 až  $i-1$  krokov môžeme písať:

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y(t+1) \\ \vdots \\ y(t+i-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} D & & & \\ CB & D & & \\ \vdots & CB & \ddots & \\ CA^{i-2}B & \ddots & CB & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+i-1) \end{bmatrix} + \quad (1.15)$$

$$+ \begin{bmatrix} I & & & \\ CK & I & & \\ \vdots & CK & \ddots & \\ CA^{i+2}K & \ddots & CK & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t+1) \\ \vdots \\ e(t+i-1) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Pre postupnosť počiatkových stavov  $\{x(t), x(t+1), \dots, x(t+j-1)\}$ :

$$\begin{bmatrix} y(t) & y(t+1) & \dots & y(t+j-1) \\ y(t+1) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ y(t+j-1) & \dots & & y(t+j+i-2) \end{bmatrix} = [x(t) \dots x(t+j-1)] + \quad (1.17)$$

$$+ H_i \begin{bmatrix} u(t) & u(t+1) & \dots & u(t+j-1) \\ u(t+1) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ u(t+j-1) & \dots & & u(t+j+i-2) \end{bmatrix} + \quad (1.18)$$

$$+ H_i^s \begin{bmatrix} e(t) & e(t+1) & \dots & e(t+j-1) \\ e(t+1) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ e(t+j-1) & \dots & & e(t+j+i-2) \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

dostávame tak rovnicu rozšíreného stavového modelu, ktorú môžeme využitím Hankelovských matic zapísať v skrátenej tvare ako:

$$Y = \Gamma_i X + H_i U + H_i^s E \quad (1.20)$$

### Význam rozšíreného stavového modelu

- Spája rekurzívny stavový model a dáta do jednej lineárnej rovnice.
- Popisuje väzbu medzi maticami parametrov ( $\Gamma_i$ ,  $H_i$ , a  $H_i^s$  vzniknuté z parametrov stavového modelu  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $K$ ) a maticami signálov  $Y$ ,  $U$ ,  $E$ .
- Rovnica rozšíreného stavového modelu je východným bodom 4SID metód.

Ak sa začneme na signálové matice pozeráť ako na riadkové vektory, potom rozšírený stavový model ukazuje vzájomnú väzbu medzi týmito priestormi. Výstupný priestor  $row(Y)$  tak dostaneme ako lineárnu kombináciu priestorov generovaných počiatkovými stavmi  $row(X)$ , vstupom  $row(U)$  a šumom  $row(E)$ . Priestory sú invariantné ku zmene báze stavového modelu. Pre regulárnu transformačnú maticu  $T \in R^{n \times n}$  a transformáciu stavov  $x'(t) = Tx(t)$  platí ekvivalencia:

$$row(X') = row(TX) = row(X),$$

$$col(\Gamma'_i) = col(\Gamma_i T) = col(\Gamma_i),$$

$$row(\Delta'_i) = row(T\Delta_i) = row(\Delta_i).$$

## 2 TYPY IDENTIFIKÁCIÍ PRE METÓDU POD- PRIESTOROV

Táto kapitola čerpá z literatúry [1].

### 2.1 Deterministická identifikácia

#### 2.1.1 Deterministický systém

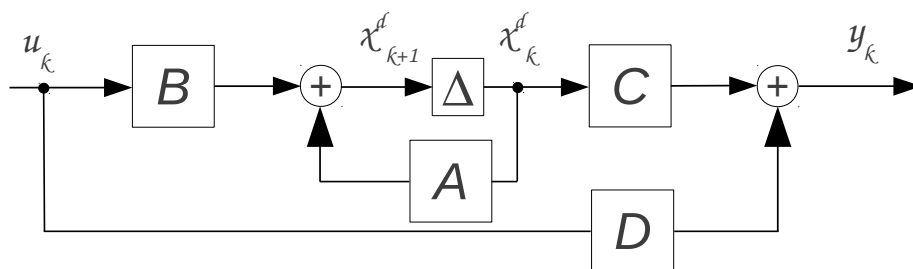
Deterministický systém predstavuje systém, ktorého správanie je jednoznačne určené jeho stavom a podnetmi. Je tvorený vstupmi  $u_k \in R^m$ , výstupmi  $y_k \in R^l$  a stavmi  $x_k \in R^n$ . Poruchové veličiny (merací a procesný šum) sú nulové ( $v_k = w_k = 0$ ). Stavové rovnice deterministického systému majú tvar:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (2.1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k \quad (2.2)$$

Cieľom deterministickej identifikácie je získanie:

- rádu  $n$  neznámeho systému
- systémových matic  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{l \times n}$ ,  $D \in R^{l \times m}$  zo zmeraných vstupov  $u_k$  a výstupov  $y_k$



Obr. 2.1: Model deterministického systému.

#### 2.1.2 Algoritmy deterministickej identifikácie

Pre deterministické dáta uvažujeme rozšírený stavový model bez šumových členov:

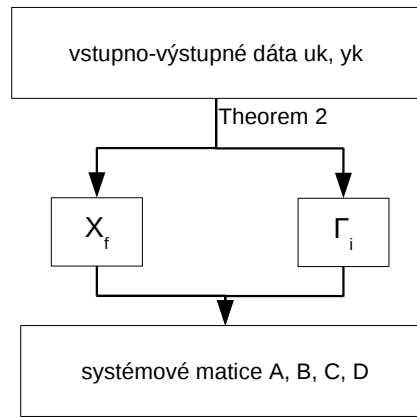
$$Y = \Gamma_i X + H_i U$$

Model ukazuje, že riadkový priestor Hankelovej matice výstupov vzniká ako súčet priestorov generovaných riadkami stavovej postupnosti  $X$  cez maticu pozorovateľnosti

$\Gamma_i$  a Hankelovej matice vstupov  $U$  cez maticu impulzných postupností  $H_i$ . Medzi algoritmy deterministickej identifikácie patria:

- Projekčný algoritmus
- Prienikový algoritmus
- Zjednocujúci projekčný algoritmus (Theorem 2)

Tieto algoritmy sa od seba líšia odolnosťou voči šumu. Využívajú geometrických vlastností väzieb medzi riadkovými priestormi matíc  $U_p, U_f, Y_p, Y_f, X_p, X_f$  (index  $p$  značí historickú časť hodnôt a  $f$  značí budúcu časť hodnôt) popísaných stavovými rovnicami systému. Výhradne sa pracuje s riadkovými vektormi blokových Hankelových matíc (časové postupnosti). Z obrázku 2.2 je možné vidieť, že pre získanie



Obr. 2.2: Prehľad deterministickej identifikácie metódou podpriestorov.

stavového popisu (stavových matíc) deterministického systému je potrebné vypočítať maticu stavov a rozšírenú maticu pozorovateľnosti. Tieto matice sú určené na základe vyššie spomenutých algoritmov deterministickej identifikácie.

### Projekčný algoritmus

Patrí k najjednoduchším deterministickým algoritmom. Pre identifikáciu parametrov stavového modelu postačuje znalosť stĺpcového priestora rozšírenej matice pozorovateľnosti a I/O dát. Matica pozorovateľnosti sa získa projekciou rovnice rozšíreného stavového modelu do priestoru kolmého na priestor  $U$ :

$$Y\Pi_{U^\perp} = \Gamma_i X\Pi_{U^\perp} \quad (2.3)$$

Singulárnym rozkladom:

$$Y\Pi_{U^\perp} = USV^T$$

kde matice  $U$ ,  $S$  a  $V^T$  sú rozdelené podľa počtov nenulových singulárnych čísel. Dostaneme:

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2}$$

Počet nenulových singulárnych čísel odpovedá rádu  $n$  systému.

Určenie parametrov  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , a  $D$  sa vykoná zo znalosti  $\Gamma_i$  a I/O dát:

$$\begin{aligned} A &= C \overline{\Gamma_i}^\dagger \Gamma_i, \\ B &= \Delta_i(:, 1:m) \end{aligned}$$

Určenie  $C$  a  $D$  z úpravy rozšíreného stavového modelu, kedy dostávame:

$$\Gamma_i^\perp Y U^\dagger = \Gamma_i^\perp H_i$$

Ak označíme  $k$ -tý stĺpec ľavej strany rovnice ako  $M_k$  a  $k$ -tý stĺpec  $\Gamma_i$  ako  $L_k$ , potom rovnicu zapíšeme v tvare:

$$[M_1 \quad \dots \quad M_i] = [L_1 \quad \dots \quad L_i] \begin{bmatrix} D & & & \\ CB & D & & \\ \vdots & CB & \ddots & \\ CA^{i-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}$$

Naskladaním ľavej strany rovnice nad seba dostaneme lineárnu sústavu rovníc, ktorej riešením získame neznáme  $B$  a  $D$ :

$$M = L \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix}$$

### Prienikový algoritmus

Založený na možnosti získať postupnosť stavov z prienikov dvoch priestorov, ktoré sú generované I/O dátami. Signálové matice  $U$ ,  $Y$  a  $E$  z rozšíreného stavového modelu sa rozdelia na časť historickú (past) a budúcu (future):

$$\begin{bmatrix} U_p \\ U_f \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Y_p \\ Y_f \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} E_p \\ E_f \end{bmatrix}.$$

Rozdelenie stavovej postupnosti:

$$X_p = [x(0) \quad \dots \quad x(j-1)], \quad X_f = [x(i) \quad \dots \quad x(j+i-1)]$$

Stavovú postupnosť  $X_f$  tak dostaneme ako prienik historických a budúcich dát:

$$row(X_f) = row \left( \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} \right) \cap row \left( \begin{bmatrix} U_f \\ Y_f \end{bmatrix} \right)$$

To ukazuje, že stav predstavuje prepojenie medzi historickým a budúcim vývojom systému. Nájdenie prienikov vychádza z tzv. principiálnych uhlov a smerov medzi lineárnymi priestormi, čo je zobecnenie koncepcie uhla medzi dvoma priestormi. Praktické nájdenie principiálnych uhlov, smerov a prienikov umožňuje SVD. Označíme  $W_p$  ako historické dáta a  $W_f$  ako budúce dáta:

$$W_p = \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} \quad W_f = \begin{bmatrix} U_f \\ Y_f \end{bmatrix}$$

Singulárnym rozkladom rozložíme súčin ortogonálnych projekčných matic:

$$\Pi_W^p \Pi_W^f = U S V^T$$

Bázu priestoru prienikov dostaneme z ľavých (rovnako aj z pravých) singulárnych vektorov príslušných jednotkovým singulárnym číslam (singulárne čísla odpovedajú kosínom principiálnych uhlov).

$$x_f = U_1^T$$

Parametre  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$  sa určia zo znalosti postupnosti stavov a I/O dát:

$$\begin{bmatrix} x(1) & \dots & x(N-1) \\ y(0) & \dots & y(N-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) & \dots & x(N-2) \\ u(0) & \dots & u(N-2) \end{bmatrix}.$$

Dostávame tak predurčenú sústavu lineárnych rovníc, ktorej vyriešením získame systémové matice.

### Zjednocujúci projekčný algoritmus (Theorem 2)

Dôsledkom deterministického identifikačného teóremu je:

- získanie stavov  $X_f$  priamo zo I/O dát ( $u_k/y_k$ ) bez znalosti stavových matic  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$
- získanie rozšírenej matice pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  priamo z I/O dát ( $u_k/y_k$ )

Postup zjednocujúceho deterministického algoritmu:

1. Vstup  $u_k$  je dostatočne vybudovaný rádu  $2i$  (Hankelova matica vstupov má plnú hodnotu).
2. Prienikom budúcich vstupov a minulých stavov je prázdna množina ( $\text{row}(U_f) \cap \text{row}(X_p) = \emptyset$ ).
3. Pre užívateľom definované váhové matice  $W_1 \in R^{li \times li}$  a  $W_2 \in R^{j \times j}$  platí, že  $W_1$  má plnú hodnotu a  $W_2$  sa dopočíta z blokovej Hankelovej matice zahrňujúcej minulé vstupy a výstupy.

Definovaním šikmej projekcie  $O_i$  ako:

$$O_i \equiv Y_f /_{U_f} W_p, \quad (2.4)$$

a rozkladom na singulárne čísla:

$$W_1 O_i W_2 = U_1 S_1 V_1^T, \quad (2.5)$$

dostávame:

1. Matica  $O_i$  je rovná súčinu rozšírenej matice pozorovateľnosti a matice stavov:

$$O_i = \Gamma_i X_f^d. \quad (2.6)$$

2. Rád systému je rovný počtu singulárnych hodnôt v rovnici 2.5.
3. Rozšírená matica pozorovateľnosti je rovná:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} T. \quad (2.7)$$

4. Časť stavov  $X_f$  ležiaca v stĺpcovom priestore matice  $W_2$  sa získa:

$$X_f^d W_2 = T^{-1} S_1^{1/2} V_1^T. \quad (2.8)$$

5. Matica stavov  $X_f$  je rovná:

$$X_f^d = \Gamma_i^\dagger O_i. \quad (2.9)$$

Na základe tohto teorému sa vytvoria algoritmy využívajúce maticu stavov  $X_f$  alebo rozšírenú maticu pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  a pomocou nich sa získajú systémové matice  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$ .

## 2.2 Stochastická identifikácia

### 2.2.1 Stochastický systém

Stochastický systém predstavuje systém, v ktorom prebiehajú stochastické (náhodné) procesy ako väzby medzi jeho prvkami. Je tvorený výstupmi  $y_k \in R^l$  a stavmi  $x_k \in R^n$ . Vstupný vektor je nulový ( $u_k = 0$ ), poruchové veličiny  $v_k, w_k$  (merací a procesný šum) predstavujú biely šum. Stavové rovnice stochastického systému majú tvar:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k \quad (2.10)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (2.11)$$

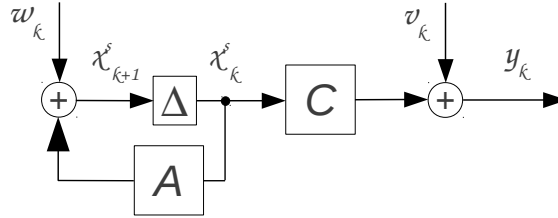
vektorové sekvencie bieleho šumu s kovariančnou maticou:

$$E\left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq}. \quad (2.12)$$

Cielom stochastickej identifikácie je získanie:



- rádu  $n$  neznámeho systému
- systémových matic  $A \in R^{n \times n}$ ,  $C \in R^{l \times n}$  až do podobnostnej transformácie a  $Q \in R^{n \times n}$ ,  $S \in R^{n \times l}$ ,  $R \in R^{l \times l}$ , pre ktoré je výstup modelu rovnaký so získaným výstupom.



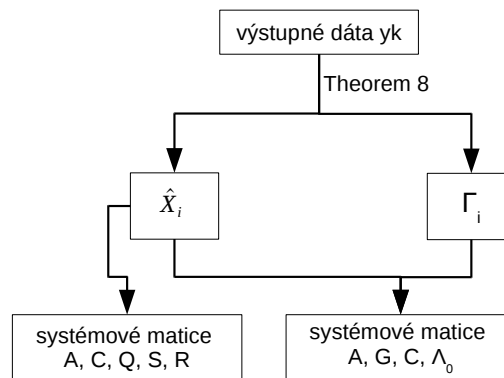
Obr. 2.3: Model stochastického systému.

## 2.2.2 Algoritmy stochastickej identifikácie

Pre stochastické dáta uvažujeme rozšírený stavový model s prítomnosťou šumových členov:

$$Y = \Gamma_i X + H_i U + H_i^s E.$$

Pri stochastickej identifikácii sa vychádza len z výstupných dát  $y_k$ , vstupné dáta nie sú k dispozícii. Pre identifikáciu sa použijú podobné algoritmy, ktoré boli popísané v deterministickej identifikácii. Rozdiel spočíva v tom, že stochastické algoritmy sa zachovávajú trochu inak pretože sú zaťažené šumom, s ktorým sa musia vysporiadať.



Obr. 2.4: Prehľad stochastickej identifikácie metódou podpriestorov.

Medzi algoritmy stochastickej identifikácie patria:

- Projekčný algoritmus

- Prienikový algoritmus
- Zjednocujúci projekčný algoritmus (Theorem 8)

Z obrázku 2.4 je možné vidieť, že pre získanie stavového popisu (stavových matíc) stochastického systému je potrebné vypočítať maticu stavov a rozšírenú maticu pozorovateľnosti. Tieto matice sú určené na základe vyššie spomenutých algoritmov stochastickej identifikácie.

### Projekčný algoritmus

U projekčného algoritmu bude s narastajúcim šumom rásť počet nenulových singulárnych čísel  $Y\Pi_U^\perp$  (to ztiahne až znemožní určenie rádu  $n$ ) a odhad bude vychýlený i pre nekonečne veľkú množinu I/O dát, pretože projekciou rozšíreného stavového modelu do  $U^\perp$

$$\begin{aligned} Y\Pi_U^\perp &= \Pi_i X \Pi_U^\perp + H_i U \Pi_U^\perp + H_i^s E \Pi_U^\perp \\ Y\Pi_U^\perp &= \Pi_i X \Pi_U^\perp + H_i^s E \Pi_U^\perp \end{aligned}$$

neodstránime šumom vzniknutý člen  $H_i^s E$ , ktorý je ortogonálny k  $U$ .

### Prienikový algoritmus

U prienikového algoritmu sa bude strácať prienik medzi riadkovými priestormi  $W_p$  a  $W_f$ , no aj napriek tomu principiálne smery príslušné najmenším uhlom dávajú dobrú aproximáciu stavov pre rastúcu množinu I/O dát.

### Zjednocujúci projekčný algoritmus (Theorem 8)

Na základe predošlého zjednocujúceho projekčného algoritmu (Theorem 2) popísaného v deterministickej identifikácii pracuje algoritmus pre stochastickú identifikáciu podobným spôsobom. Výsledkom je určenie matice stavov  $\hat{X}_i$  a rozšírenej matice pozorovateľnosti  $\Gamma_i$ . Na základe výsledkov tohto teoremu sa vytvoria algoritmy využívajúce maticu stavov  $\hat{X}_i$  alebo rozšírenú maticu pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  alebo algoritmy vedúce na pozitívne reálne sekvencie a pomocou nich sa získajú systémové matice  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$ .

## 2.3 Kombinovaná deterministicko-stochastická identifikácia

### 2.3.1 Kombinovaný deterministicko-stochastický systém

Kombinovaný deterministicko-stochastický systém predstavuje systém tvorený deterministickými a stochastickými prvkami. Je tvorený vstupmi  $u_k \in R^m$ , výstupmi  $y_k \in R^l$  a stavmi  $x_k \in R^n$ . Poruchové veličiny  $v_k, w_k$  (merací a procesný šum) predstavujú biely šum. Stavové rovnice kombinovaného deterministicko-stochastického systému majú tvar:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (2.13)$$

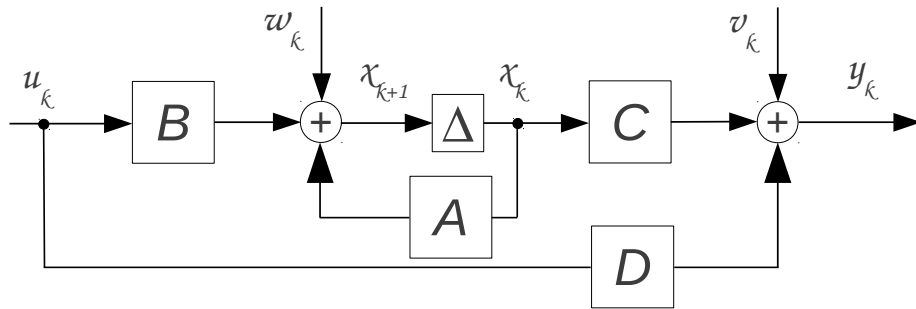
$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \quad (2.14)$$

vektorové sekvencie bieleho šumu s kovariančnou maticou:

$$E\left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq}. \quad (2.15)$$

Cielom kombinovanej deterministicko-stochastickej identifikácie je získanie:

- rádu  $n$  neznámeho systému
- systémových matic  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{l \times n}$  a  $D \in R^{l \times m}$  až do podobnostnej transformácie a  $Q \in R^{n \times n}$ ,  $S \in R^{n \times l}$ ,  $R \in R^{l \times l}$ , pre ktoré je výstup stochastického subsystému rovnaký so stochastickou časťou získaného výstupu.



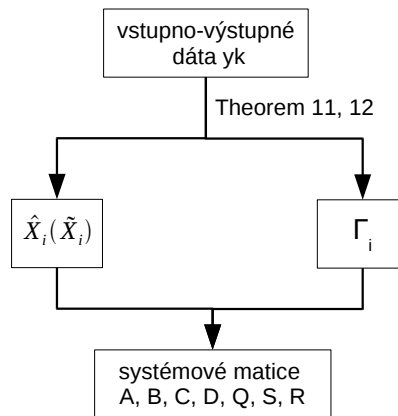
Obr. 2.5: Model kombinovaného deterministicko-stochastického systému.

### 2.3.2 Algoritmy kombinovanej deterministicko-stochastickej identifikácie

Pre kombinované det.-stoch. dáta uvažujeme rozšírený stavový model v nasledujúcom tvare:

$$Y = \Gamma_i X + H_i U + H_i^s E.$$

Pri kombinovanej det.-stoch. identifikácii sa vychádza zo vstupných a výstupných dát  $u_k, y_k$ . Pre identifikáciu sa použijú podobné algoritmy, ktoré boli popísané v predošlých identifikáciách.



Obr. 2.6: Prehľad det.-stoch. identifikácie metódou podpriestorov.

Medzi algoritmy det.-stoch. identifikácie patria:

- Projekčný algoritmus (Theorem 11)
- Algoritmus kombinovanej identifikácie (Theorem 12)

Z obrázku 2.4 je možné vidieť, že pre získanie stavového popisu (stavových matic) kombinovaného det.-stoch. systému je potrebné vypočítať maticu stavov  $\hat{X}_i$  (resp. Kalmanovu maticu stavov  $\tilde{X}_i$ ) a rozšírenú maticu pozorovateľnosti. Tieto matice sú určené na základe vyššie spomenutých algoritmov stochastickej identifikácie.

#### Projekčný algoritmus (Theorem 11)

Tento teorém je zdĺhavý na dokazovanie. Jeho hlavnou vlastnosťou je to, že spája stavy Kalmanovho filtra s I/O dátami. Kalmanov filter hraje dôležitú úlohu v tejto identifikácii. Algoritmus pracuje na základe ortogónálnej projekcie.

#### Algoritmus kombinovanej identifikácie (Theorem 12)

Základom teorému je opäť Kalmanov filter. Využíva sa tu šikmá projekcia. Výsledkom algoritmu je matica stavov  $\hat{X}_i$  ( $\tilde{X}_i$ ) a rozšírená matica pozorovateľnosti  $\Gamma_i$ .

Na základe výsledkov týchto teorémov sa vytvoria skreslené alebo neskreslené algoritmy využívajúce maticu stavov  $\hat{X}_i$  alebo algoritmy robustnej identifikácie. Pomocou týchto algoritmov sa získajú systémové matice  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$ .

### 2.3.3 Prehľad použitých algoritmov podpriestorovej identifikácie

V rámci identifikácie parametrov elektrických motorov uvažovaných v tejto diplomovej práci došlo k oboznámeniu a vyskúšaní viacerých algoritmov podpriestorovej identifikácie. Jednotlivé algoritmy sa od seba líšia hlavne počtom blokov, v ktorých sú usporiadané I/O dáta, ďalej použitým rozkladom (LQ, QR), respektíve projekciou riadkových (stĺpcových) priestorov matíc (ortogonálna, šikmá) pre určenie SVD rozkladu na singulárne čísla a samotným výpočtom systémových matíc  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

#### Numerický algoritmus podpriestorovej identifikácie

Numerický algoritmus podpriestorovej identifikácie (N4SID) bol vytvorený pre kombinovanú deterministicko-stochastickú identifikáciu. Stav systému sú vypočítavané na základe projekcií I/O dát. N4SID algoritmus je vždy konvergentný (neiteratívny) a numericky stabilný, pretože používa QR rozklad a SVD rozklad na singulárne čísla. Tento algoritmus bol implementovaný v systémovom identifikačnom toolboxe v prostredí Matlab [18]. Tento numerický algoritmus bol implementovaný v programe Matlab vo funkcii m-file s názvom `n4sid.m`, pričom pre spustenie identifikácie slúži príkaz:

$$SYS = n4sid(DATA, nx, opt)$$

Kde parametre ( $DATA$ ) predstavujú vstupné parametre funkcie a reprezentujú merané I/O dáta ( $u_k, y_k$ ), parametre ( $nx, opt$ ) predstavujú voliteľné parametre funkcie a parameter ( $SYS$ ) predstavuje výstupné parametre funkcie a reprezentuje odhadnutý stavový model identifikovaného systému. K voliteľným parametrom je ešte dobre spomenúť, že napríklad taký rád systému ( $nx$ ) je možné pri identifikácii prostredníctvom metódy podpriestorov ľahko zvoliť z priebehu charakteristiky rozkladu na singulárne čísla. Túto charakteristiku algoritmus v priebehu identifikácie vypočítava a vykresľuje do grafu, pričom užívateľ volí takú hodnotu rádu ( $nx$ ), u ktorého graf dosahuje najväčších singulárnych hodnôt.

#### Robustný identifikačný algoritmus

Robustný algoritmus identifikácie bol vytvorený pre kombinovanú deterministicko-stochastickú identifikáciu. Jeho vývojom sa dosiahlo toho, že tento algoritmus pracuje veľmi dobre pre všetky identifikačné typy (aj čisto deterministická a stochastická

identifikácia). Tento algoritmus predstavuje veľmi stabilný algoritmus, v ktorom sa požaduje veľmi malá citlivosť výsledkov na hrubé chyby v predložených vstupných a výstupných dátach.

Predstavme si situáciu, máme k dispozícii konečné množstvo nameraných dát, z ktorých chceme odhadnúť parametre systému. Pokiaľ sú namerané dáta zafarbené chybou, tak môžeme čakať, že aj výsledný odhad parametrov bude zkreslený obdobným spôsobom. Základnou otázkou je, ako takéto znehodnotenie kompenzovať. Odpoveď na túto otázku dáva práve pojem robustnosť. Robustný algoritmus pripúšťa, že v dátach sú zastúpené aj veľmi odľahlé hodnoty, ale výpočet odhadu je prevedený tak, aby sa vôbec neprejavil ich nežiadúci vplyv alebo, aby tento vplyv bol čiastočný.

Prehľad robustného algoritmu (popis jednotlivých premených a operácií je vysvetlený v prvej kapitole tejto práce):

1. Výpočet šikmých a ortogonálnych projekcií:

$$O_i = Y_f /_{U_f} W_p \quad , \quad Z_i = Y_f / \left( \begin{matrix} W_p \\ U_f \end{matrix} \right) \quad , \quad Z_{i+1} = Y_f^- / \left( \begin{matrix} W_p^+ \\ U_f^- \end{matrix} \right) .$$

2. Výpočet **SVD** váhovej šikmej projekcie:

$$O_i \Pi_{U_f^\perp} = U S V^T .$$

3. Určenie rádu vyšetrením singularných hodnôt v matici S a rozdelenie **SVD** podľa získaných matíc  $U_1$  a  $S_1$ .
4. Výpočet matice pozorovateľnosti  $\Gamma_i$  a  $\Gamma_{i-1}$ :

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} \quad , \quad \Gamma_{i-1} = \underline{\Gamma}_i \quad .$$

5. Vyriešenie sústavy lineárnych rovníc pre určenie stavových matíc A a C:

$$\left( \frac{\Gamma_{i-1}^\dagger \cdot Z_{i+1}}{Y_{i|i}} \right) = \left( \frac{A}{C} \right) \cdot \Gamma_i^\dagger \cdot Z_i + K \cdot U_f + \left( \frac{\rho_\omega}{\rho_v} \right) .$$

Prepočet  $\Gamma_i$  a  $\Gamma_{i-1}$  z matíc A a C.

6. Vyriešenie stavových matíc B a D z:

$$B, D = \arg \min_{B, D} \left\| \left( \frac{\Gamma_{i-1}^\dagger \cdot Z_{i+1}}{Y_{i|i}} \right) - \left( \frac{A}{C} \right) \cdot \Gamma_i^\dagger \cdot Z_i - K(B, D) \cdot U_f \right\|_F^2 .$$

7. Nakoniec sa vypočítajú kovariančné matice Q, S a R:

$$\begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} = \mathbf{E}_j \left[ \begin{pmatrix} \rho_\omega \\ \rho_v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho_\omega^T & \rho_v^T \end{pmatrix} \right] .$$

Tento robustný algoritmus bol implementovaný v programe Matlab vo funkcii m-file s názvom `subid.m` [16], pričom pre spustenie identifikácie slúži príkaz:

$$[A, B, C, D, K, R, AUX, ss] = \text{subid}(y, u, i, n, AUX, W)$$

Kde parametre  $(y, u, i)$  predstavujú vstupné parametre funkcie, parametre  $(n, AUX, W)$  predstavujú voliteľné parametre funkcie a parametre  $(A, B, C, D, K, R, AUX, ss)$  predstavujú výstupné parametre funkcie. K voliteľným parametrom je ešte dobre spomenúť, že napríklad taký rád systému  $(n)$  je možné pri identifikácii prostredníctvom metódy podpriestorov ľahko zvoliť z priebehu charakteristiky rozkladu na singulárne čísla. Túto charakteristiku algoritmus v priebehu identifikácie vypočítava a vykresľuje do grafu, pričom užívateľ volí takú hodnotu rádu  $(n)$ , u ktorého graf dosahuje najväčších singulárnych hodnôt.

### Robustný identifikačný algoritmus s 3-blokovým usporiadaním dát

Ďalšou nadstavbou robustného identifikačného algoritmu je deterministicko-stochastický algoritmus podpriestorovej identifikácie lineárnych systémov využívajúci 3-blokové usporiadanie I/O dát. Práve 3-blokovým usporiadaním sa bloky dát rozdelia na minulé, aktuálnu a budúcu časť. Výhodou takéhoto prístupu je redukcia skreslenia v prípade, že šum nie je biely. Tento algoritmus bol implementovaný v systémovej identifikačnej toolboxe - CUEDSID vytvorenou na Cambridge univerzite pre použitie v prostredí Matlab [17].

Tento robustný algoritmus bol implementovaný v programe Matlab vo funkcii m-file s názvom `subid3.m`, pričom pre spustenie identifikácie slúži príkaz:

$$[M, P, SV] = \text{subid3b}(DATA, n, k, DMAT, ALG)$$

Kde parametre  $(DATA, n, k, DMAT, ALG)$  predstavujú vstupné parametre funkcie a parametre  $(M, P, SV)$  predstavujú výstupné parametre funkcie. K najdôležitejším parametrom patria  $(DATA)$ , ktoré reprezentujú objekt I/O dát, ďalej parameter  $(n)$ , ktorý predstavuje rád systému a je ho možné pri identifikácii prostredníctvom metódy podpriestorov ľahko zvoliť z priebehu charakteristiky rozkladu na singulárne čísla. Túto charakteristiku algoritmus v priebehu identifikácie vypočítava a vykresľuje do grafu, pričom užívateľ volí takú hodnotu rádu  $n$ , u ktorého graf dosahuje najväčších singulárnych hodnôt. Parametrom  $(DMAT)$  je možné potlačiť odhad matice  $D$  (väzba so vstupu na výstup), čo predstavuje veľmi dobrú vlastnosť, pretože vo väčšine systémov sa práve táto väzba neuvažuje. Odhadnutý diskretný model stavového priestoru je uložený v premennej  $(M)$ .

## Bilineárny identifikačný algoritmus

Medzi ďalšie identifikačné algoritmy odskúšané a použité v rámci tejto diplomovej práce patrí algoritmus pre identifikáciu bilineárnych systémov. Bilineárne modely môžeme považovať ako príklad dôležitej triedy po častiach lineárnych modelov. Algoritmus využíva 4 - blokové usporiadanie dát na časť minulú, aktuálnu, budúcu a vzdialene budúcu. Tieto bilineárne modely sú dôležitým prvkom procesného riadenia, aerodynamického prúdenia a ďalších aplikácií. Tento algoritmus bol takisto implementovaný v systémovom identifikačnom toolboxe - CUEDSID vytvorenom na Cambridge univerzite pre použitie v prostredí Matlab [17].

Tento bilineárny algoritmus bol implementovaný v programe Matlab vo funkcii m-file s názvom bilinid.m, pričom pre spustenie identifikácie slúži príkaz:

$$[M, EXTRA] = \text{bilinid}(DATA, n, k, DMAT, ALG, LS)$$

Kde parametre  $(DATA, n, k, DMAT, ALG, LS)$  predstavujú vstupné parametre funkcie a parametre  $(M, EXTRA)$  predstavujú výstupné parametre funkcie. K najdôležitejším parametrom patria  $(DATA)$ , ktoré reprezentujú objekt I/O dát, ďalej  $(n)$ , ktoré predstavuje rád systému a je ho možné pri identifikácii prostredníctvom metódy podpriestorov ľahko zvoliť z priebehu charakteristiky rozkladu na singulárne čísla. Túto charakteristiku algoritmus v priebehu identifikácie vypočítava a vykresľuje do grafu, pričom užívateľ volí takú hodnotu rádu  $(n)$ , u ktorého graf dosahuje najväčších singulárnych hodnôt. Parametrom  $(DMAT)$  je možné potlačiť odhad matice D (väzba so vstupom na výstup), čo predstavuje veľmi dobrú vlastnosť, pretože vo väčšine systémov sa práve táto väzba neuvažuje. Odhadnutý diskretný model stavového priestoru je uložený v premennej  $(M)$ . Premennou  $(LS)$  je možné zvoliť použitie metódy najmenších štvorcov pri odhade systémových matíc.



## 3 METÓDA NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV

Táto kapitola čerpá z literatúry [2].

### 3.1 Lineárna regresia

Pre popis metódy najmenších štvorcov použijeme lineárny regresný model. Jedná sa o aproximáciu daných hodnôt polynomom prvého rádu, čiže priamkou. Špeciálny prípad je funkčná závislosť:

$$y(x) = ax + b$$

Obečný prípad je funkcia:

$$y(x) = f(x, a_1, a_2, \dots, a_n) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \dots + a_n f_n(x)$$

Cieľom lineárnej regresie je získať odhad koeficientov  $a, b$  (respektíve  $a_1$  až  $a_n$ ). Namiesto premennej  $x$  sa často používa premenná  $t$  (vyjadruje čas), respektíve premenná  $k$  (celé číslo vyjadrujúce poradie vzorku). V ďalších uvažaniach sa uvažuje s premennou  $k$  v diskretnom čase. Lineárna regresia sa dá zapísať v tvare násobenia dvoch vektorov:

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta,$$

kde  $y(k)$  je výstupná merateľná veličina,  $\varphi(k)$  je stĺpcový  $n$ -riadkový regresný vektor známych veličín a  $\theta$  je stĺpcový  $n$ -riadkový vektor neznámych parametrov. Pre maticový zápis pri uvažovaní  $N$  meraní a  $n$  neznámych parametrov platí:

$$Y = \Phi\theta$$

kde  $Y = (y(1) \dots y(N))^T$  je stĺpcový vektor merateľných veličín,  $\Phi = (\varphi(1) \dots \varphi(N))^T$  je matica regresných premenných o  $N$  riadkoch a  $n$  stĺpcoch a  $\theta$  je stĺpcový  $n$ -riadkový vektor neznámych parametrov.

### 3.2 Popis metódy najmenších štvorcov

Chyba v odhade lineárneho regresného modelu je  $\epsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta$ . Člen  $\varphi^T(k)\theta$  odpovedá odhadu výstupu. Metóda najmenších štvorcov vychádza z minimalizácie strátovej funkcie:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \epsilon^2(k) = \frac{1}{2} \epsilon^T \epsilon,$$

kde  $\epsilon^T = (\epsilon(1), \epsilon(2), \dots, \epsilon(N))$ . Iný zápis strátovej funkcie je možné si predstaviť v tvare:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [y(k) - \varphi^T(k)\theta]^2 = \frac{1}{2} (Y - \Phi\theta)^T (Y - \Phi\theta).$$

Minimum strátovej funkcie získame položením prvej derivácie tejto funkcie podľa vektoru parametrov rovnú nule:

$$0 = \frac{dJ(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{2} [\Phi^T (Y - \Phi\theta) + (Y - \Phi\theta)^T \Phi]$$

Keďže obe časti sú skaláry, môžeme výraz upraviť na:

$$0 = \frac{dJ(\theta)}{d\theta} = \Phi^T (Y - \Phi\theta) = (\Phi^T Y - \Phi^T \Phi\theta),$$

odkiaľ získame vzťah pre výpočet neznámych parametrov:

$$\theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (3.1)$$

Matica  $\Phi^T \Phi$  nesmie byť singulárna (väčšinou je pozitívne definitná). Vzorec 3.1 je možné zapísať v ekvivalentnom tvare:

$$\theta = \left[ \sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^N \varphi(i) y(i) \right]$$

Odvodenie je podobné ako v predchádzajúcom prípade, pričom v niektorých prípadoch je tento tvar výhodnejší, najmä pre matice  $\Phi$  veľkých rozmerov. Tento tvar sa používa pre odvodenie rekurzívneho algoritmu, nuž ani jeden zo vzorcov nie je vhodný pre priamy výpočet (nutné úpravy).

Prostredníctvom identifikačného toolbox-u v Matlabe je možné použiť identifikáciu parametrov metódou najmenších štvorcov. Príkazom:

$$M = ARX(DATA, ORDERS)$$

dôjde k odhadu parametrov identifikovaného systému na základe predložených I/O dát ( $DATA$ ) a zvoleného rádu ( $ORDERS=[n_a, n_b, n_k]$ ). Hodnota  $n_a$  predstavuje rád polynomu  $A(q)$ , hodnota  $n_b$  predstavuje rád polynomu  $B(q) + 1$  a hodnota  $n_k$  predstavuje vstup-výstupné oneskorenie (počet vstupných vzoriek za aký výstup systému zareaguje na vstup, pre diskretizované systémy je táto hodnota minimálne  $n_k = 1$ , pretože výstup závisí na predchádzajúcom vstupe). ARX model predstavuje  $AR$  ako autoregresnú časť  $A(q^{-1})y(k)$  a  $X$  je časť s externým vstupom  $B(q^{-1})u(k)$ . Je to často používaný model (v praxi sa však nevyskytuje). Tento model nespôsobuje posunutie odhadu, respektíve je toto posunutie malé a je možné ho zanedbať.

## 4 JEDNOSMERNÝ MOTOR S PERMANENTNÝMI MAGNETMI

Táto kapitola čerpá z literatúry [20].

Jednosmerný motor predstavuje jeden z prvých rotačných elektromotorov. Je to točivý elektrický stroj, v ktorom sa privádza jednosmerný elektrický prúd na komutátor aj do vinutia statora. Charakteristickou vlastnosťou jednosmerných strojov je, že motor odoberá z elektrickej siete iba prúd potrebný na krytie mechanického zaťaženia. Ak vezmeme motory napájané jednosmerným prúdom poznáme tzv. komutátorové a bezkomutátorové motory. Komutátorové motory priamo napájajú cievky motora jednosmerným prúdom, pričom pri bezkomutátorových je napájaný riadiaci člen ktorý prepína prúd v cievkach statora, čím vytvára striedavý prúd.

Z komutátorových motorov poznáme motory, ktorých stator tvorí permanentný magnet a motory v statore s cievkami. Tieto ešte rozdeľujeme podľa tvaru zapojenia statorových cievok k rotoru na sériové a derivačné (paralelné) motory.

### 4.1 Základné časti

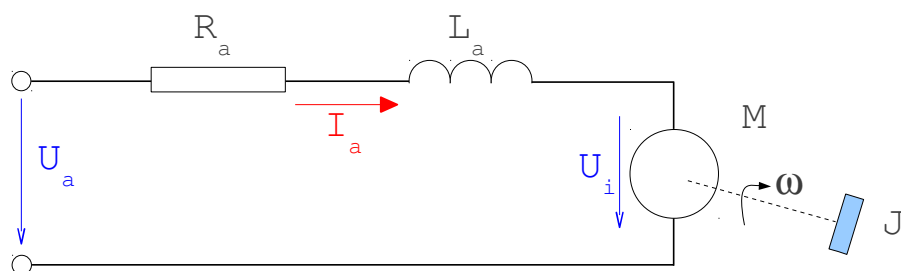
Jednosmerný motor s permanentnými magnetmi sa skladá z týchto základných častí:

- Rotor: zväzok plechov vzájomne izolovaných, v drážkach je uložené vinutie kotvy
- Stator: magnetický obvod z liatej ocele alebo plechov (permanentný magnet)
- Komutátor: vzájomne izolované medené lamely spojené s vývodmi jednotlivých cievok
- Zberacie ústrojenstvo: systém uhlíkových kief

Motor s permanentným magnetom je najjednoduchším motorom na jednosmerný prúd. Jeho stator je tvorený permanentným magnetom. Rotor tvorí elektromagnet s pólami. Elektrický prúd je do cievok rotora privádzaný cez komutátor, čo je vlastne rotačný prepínač. Jeho úlohou je meniť polaritu elektrického prúdu a tým aj polaritu magnetického poľa prechádzajúceho cievkami. Počet prepínacích plôšok komutátora zodpovedá počtu cievok (najmenej dve). Konštrukcia komutátora zaisťuje, že sily pôsobiace na póly rotora majú stále rovnaký smer. V okamihu prepnutia polarity udržuje beh tohto motora v správnom smere zotrvačnosť rotora. Počet pólov rotora ovplyvňuje plynulosť chodu motora, a silu potrebnú na jeho rozbeh (záberový moment). Čím viac pólov, tým plynulejší chod, obvykle sú štyri. Vzhľadom na to, že výkon motora je závislý na veľkosti permanentného magnetu sa takáto konštrukcia používa len pre malé elektromotory. Využitie je na pohon ventilátorov použí-

vaných pri chladení v elektrotechnike, modelárske motorčeky pre pohon hračiek a pod. Výhodou motora s permanentným magnetom je možnosť meniť smer otáčania zmenou polaroty napájania.

## 4.2 Matematický model



Obr. 4.1: Náhradná schéma JS motora s konštantným magnetickým tokom.

Pre ustálený stav platí pre motor táto sústava lineárnych rovníc:

$$U_a = U_i + R_a I_a = c\phi\omega + R_a I_a \quad (4.1)$$

$$M_m = M_{PM} \quad (4.2)$$

kde  $U_a$  je napájacie napätie vinutia kotvy (rotora), budiaci obvod predstavuje permanentný magnet (PM),  $U_i$  je indukované napätie,  $c\phi$  je súčin konštrukčnej konštanty stroja a hodnoty magnetického toku,  $J$  je celkový moment zotrvačnosti na hriadeľ motora a  $\omega$  je uhlová rýchlosť otáčania ( $\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$ , kde  $n$  sú otáčky motora). Ak ešte zoberieme do úvahy vzťah pre elektromagnetický moment motora  $M_m = c\phi \cdot I_a$ , je možné odvodiť nasledujúci vzťah pre rýchlosť otáčania motora:

$$\omega = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a I_a}{c\phi} = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a M}{(c\phi)^2} = \omega_0 - \Delta\omega$$

## 4.3 Riadenie rýchlosti

Z rovnice mechanickej charakteristiky vyplývajú možnosti riadenia rýchlosti motora:

- napätím zdroja  $U_a$
- magnetickým tokom  $\phi$  (prostredníctvom budiaceho napätia  $U_b$ )
- odporom vinutia kotvy  $R_a$  (vonkajším odporom  $R_p$ )

Posledná možnosť riadenia rýchlosti sa v dnešnej dobe u novo navrhnutých pohonov nevyužíva vzhľadom k tomu, že sa jedná o ne hospodárny spôsob riadenia rýchlosti, pričom sa elektrická energia premieňa vo vonkajšom odpore na teplo. Z rovnice mechanickej charakteristiky vyplýva, že odpor vinutia kotvy  $R_a$  spôsobuje úbytok rýchlosti závisiacej na zatažení. Pri zatažení menovitým momentom  $M_n$  je rýchlosť motora  $\omega_n$  nižšia ako rýchlosť naprázdno  $\omega_0$  a úbytok rýchlosti je:

$$\Delta\omega = \frac{R_a}{(c\phi)^2} M_n$$

Zmenou napätia zdroja  $U_a$  meníme veľkosť rýchlosti naprázdno  $\omega_0 = \frac{U_a}{c\phi}$ . Na veľkosť úbytku rýchlosti nemá táto zmena vplyv, takže mechanické charakteristiky sú rovnobežné. Zmenou magnetického toku  $\phi$  meníme veľkosť rýchlosti naprázdno, ale takisto aj úbytok rýchlosti ( $\frac{1}{\phi^2}$ ), takže sú charakteristiky pri odpudzovaní mäkkšie než pri riadení rýchlosti napätím.

## 4.4 Parametre simulovaného JS motora

Simulovaný jednosmerný motor vytvorený v prostredí Matlab/Simulink, na ktorom sa prevádza identifikácia má parametre zobrazené v (tabuľka 4.1).

Názov	Jednotka	Hodnota
Menovitý výkon ( $P_n$ )	[W]	5 – 2000
Menovité napätie ( $U_{an}$ )	[V]	12 – 220
Menovitý moment ( $M_n$ )	[Nm]	0,1 – 30
Menovité otáčky ( $n_n$ )	[ot.min <sup>-1</sup> ]	500 – 6000
Odpor vinutia ( $R_a$ )	[Ω]	0,08
Indukčnosť vinutia ( $L_a$ )	[H]	0,0032
Moment zotrvačnosti ( $J$ )	[kg.m <sup>2</sup> ]	20
Konštanta trenia ( $B$ )	[kg.s <sup>-1</sup> ]	0
Konštanta motora ( $c\phi$ )	[Nm.A <sup>-1</sup> ]	5

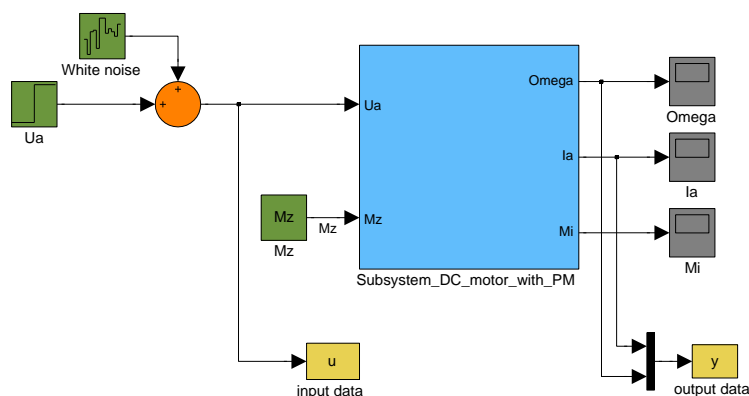
Tab. 4.1: Parametre simulovaného jednosmerného motora.

## 4.5 Offline identifikácia modelu

Offline identifikácia predstavuje jednorázový odhad parametrov modelu z vopred nameraných dát z experimentu. Je charakteristická tým, že sa najprv v experimente namerajú I/O dáta modelu, a až potom sa vykoná jednorázová identifikácia.

Nevýhodou je pamäťová náročnosť, pretože pri výpočte potrebujeme mať všetky I/O dáta modelu potrebné k identifikácii v pamäti. Identifikácia prostredníctvom metódy podpriestorov je práve vhodná na offline identifikáciu, pretože pre online identifikáciu parametrov sú vhodnejšie rekurzívne metódy identifikácie. V súčasnej dobe sú rekurzívne metódy podpriestorov v štádiu vývoja, no aktuálne už existuje zopár úspešných výsledkov [15].

Pre offline identifikáciu bol v prostredí Matlab/Simulink vytvorený dynamický model PMDC, u ktorého sa vychádzalo z modelu v príslušnom toolboxe pre elektrické pohony tohto prostredia. K identifikácii modelu (obr. 4.2) prostredníctvom metódy podpriestorov sa vyžadujú I/O dáta modelu. U jednosmerného motora predstavuje napätie kotvy (rotora)  $U_a$  vektor vstupných dát ( $\bar{u}_k$ ), prúd kotvy (rotora)  $I_a$  vektor výstupných dát ( $\bar{y}_k$ ). Napätie kotvy predstavuje charakter vstupného signálu typu skoková zmena, pričom k tomuto signálu sa pričítava signál bieleho šumu s ohraňenou nízkou hodnotou úrovne (pomer užitočný signál : šum) z dôvodu poskytovania dostatočnej identifikačnej výdatnosti (využitie bieleho šumu v rozsahu dôležitých frekvencií, ktoré sú v ňom obsiahnuté v súvislosti s identifikovaným systémom).



Obr. 4.2: Identifikačný model v prostredí Matlab/Simulink.

Model jednosmerného motora (obr. 4.3) s konštantným budením možno z elektrických strojov pokladať za lineárny systém. V prípade zmeny budenia je systém nelineárny, keďže obsahuje násobenie a magnetizačnú charakteristiku. Pre identifikáciu parametrov došlo k pokusu identifikovať daný model bez spätnej väzby od otáčok  $\omega = 0$  (vynásobenie spätnej väzby konštantou 0) a s uvažovaním spätnej väzby od otáčok  $\omega$ .

Pri identifikácii modelu sa vychádza z rovnice jednosmerného motora (rovnica 4.1), kde po úprave a derivácii stavových veličín platí rovnica pre prúd kotvy:

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a}i_a - \frac{k}{L_a}\omega + \frac{1}{L_a}u_a \quad (4.3)$$

Po Laplaceovej transformácii:

$$pI_a = \frac{1}{L_a}(-R_a I_a - k\omega + U_a) \quad (4.4)$$

### Potlačenie spätnej väzby od otáčok $\omega$

Bez uvažovania spätnej väzby od otáčok ( $\omega = 0$ ), platí pre výsledný prenos zotrvačného članku tvoreného v priamej vetve prevrátenou hodnotou indukčnosti kotvy (rotora)  $L_a$  a v spätnej väzbe odporom vinutia kotvy (rotora)  $R_a$ :

$$F_p = \frac{I_a}{U_a} = \frac{\frac{1}{L_a}}{p + \frac{R_a}{L_a}} \quad (4.5)$$

Po dosadení hodnôt za neznáme parametre sa získa číselne vyjadrený spojitý prenos zotrvačného članku ( $R_a = 0,08\Omega$ ,  $L_a = 0,0032H$ ):

$$F_p = \frac{I_a}{U_a} = \frac{312,5}{p + 25}$$

Keďže je použitá perióda vzorkovania  $T_{vz} = 0,01s$  po diskretizácii spojitého prenosu platí:

$$F_{zskut} = \frac{I_a}{U_a} = \frac{2,765}{z - 0,7788}$$

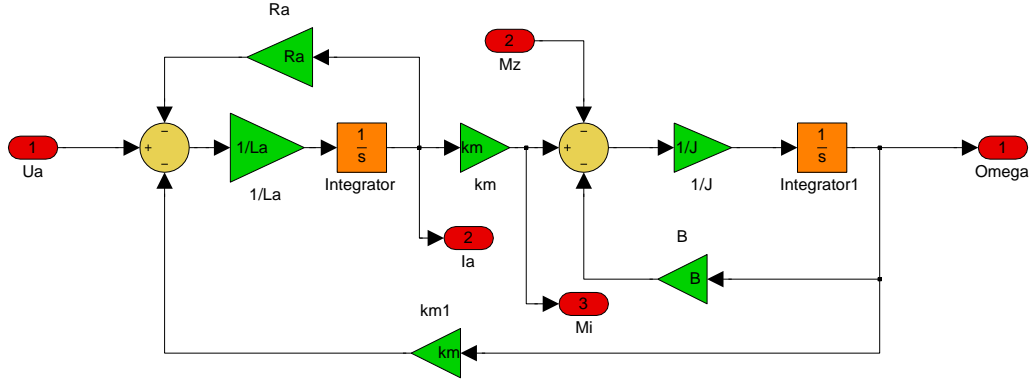
Po prevedení experimentu s identifikáciou parametrov zotrvačného članku algoritmi metódy podpriestorov (spättná väzba od otáčok je potlačená) platí pre identifikovaný diskretný prenos:

$$F_{zident} = \frac{I_a}{U_a} = \frac{2,7669}{z - 0,7786}$$

Diskretný prenos identifikovaného zotrvačného članku je takmer zhodný so skutočným diskretizovaným prenosom. Pól diskretného prenosu zotrvačného članku ( $z = 0,7786$ ) je stabilný, leží vnútri jednotkovej kružnice. Záverom je možné usúdiť, že prostredníctvom metódy podpriestorov sa dosiahli správne výsledky identifikácie jednoduchého zotrvačného članku, ktoré boli overené výpočtom.

### Uvažovanie spätnej väzby od otáčok $\omega$

Pri uvažovaní spätnej väzby od otáčok dochádza k situácii kedy do systému budú spätanou väzbou vstupovať otáčky  $\omega$  (rovnica 4.4). Je však možné obmedziť otáčky na konštantnú hodnotu ( $\omega = konšt$ ), čím bude systém nastavený na určitý pracovný bod. Pri znalosti meraných otáčok ( $\omega$ ) a konštanty motora ( $km = c\phi$ ) je možné dosiahnuť prepočet vstupného signálu motora. Tým dosiahneme správne I/O dáta pre identifikáciu. Otáčky násobené konštantou motora ( $\omega \cdot km$ ) je potrebné odčítať od vstupu ( $U_a$ ) a tým sa získa správna hodnota vstupného signálu (viz. obr. 4.3).



Obr. 4.3: Model jednosmerného motora s permanentnými magnetmi v prostredí Matlab/Simulink.

Otázkou však ostáva ako získať hodnotu konštanty motora ( $km$ ). Pri znalosti vstupného napätia kotvy ( $U_a$ ), prúdu kotvy ( $I_a$ ) a otáčok rotora ( $\omega$ ), ktoré je možné zmerať sa naskytuje možnosť využitia gradientných iteračných metód (viz. kapitola 6.2). Keď sa model zjednoduší podľa (obr. 4.4) tak potom z (rovnica 4.3) dostávame:

$$\text{1.časť : } z_a(k) = u_a(k) - c\phi\omega(k)$$

alebo z 2. časti, kde je potreba prepočítať výstup zotrvačného článku prvého rádu ( $i_a$ ) na vstup ( $z_a$ ) (viz. obr. 4.4):

$$\text{2.časť : } z_a(k) = \mathbf{R}_a i_a(k) + \mathbf{L}_a \frac{i_a(k) - i_a(k-1)}{T_{vz}} \quad (4.6)$$

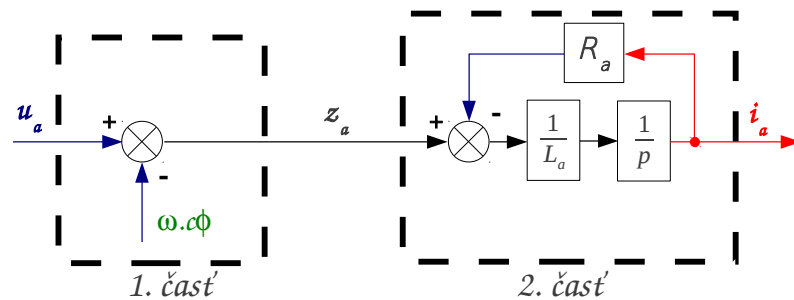
Ak sa tieto vzťahy pre jednotlivé časti porovnajú, naskytuje sa tu možnosť vykonať rozdiel hodnôt ( $z_a$ ) získaných z oboch častí (viz. obr. 4.4):

$$f(z_a) = \mathbf{R}_a i_a(k) + \mathbf{L}_a \frac{i_a(k) - i_a(k-1)}{T_{vz}} - u_a(k) + c\phi\omega = 0 \quad (4.7)$$

Prostredníctvom takéhoto prístupu je možné realizovať výpočet konštanty motora ( $km$ ). Riešenie je rozdelené do nasledujúcich bodov:

- v prvom bode dochádza k počiatočnej identifikácii parametrov  $R_a$ ,  $L_a$  na základe I/O dát identifikácie ( $U_a$ ,  $I_a$ ) pri konštantných otáčkach ( $\omega$ ) za použitia algoritmov metódy podpriestorov (respektíve pre porovnanie aj metódy najmenších štvorcov)
- v druhom bode dochádza k výpočtu konštanty motora ( $km$ ) na základe gradientných iteračných metód (pre riešenie je v prostredí Matlab zvolená funkcia *fsolve* s nastaveným algoritmom modifikovanej Newtonovej metódy) pričom





Obr. 4.4: Zjednodušený model jednosmerného motora s rozdelením na dve časti.

pri minimalizácii rovnice 4.7 sa uvažuje s parametrami  $R_a$ ,  $L_a$  z počiatkovej identifikácie.

metóda počiatkovej identifikácie	km[Nm.A <sup>-1</sup> ]	
	min	max
metóda najmenších štvorcov	5,0000	5,0036
metóda podpriestorov	4,9976	5,0003

Tab. 4.2: Maximálna a minimálna hodnota konštanty motora ( $km$ ).

Na základe zisteného parametra konštanty motora ( $km$ ) potrebného pre počet správnych vstupných dát identifikácie došlo k identifikácii parametrov PMDC prostredníctvom metódy podpriestorov. Pre porovnanie identifikácie metódou podpriestorov bola uskutočnená identifikácia systému metódou najmenších štvorcov.

### Porovnanie získaných výsledkov

Na základe experimentu identifikácie bola vytvorená charakteristika polohy pólu identifikovaného diskretného systému PMDC v závislosti na veľkosti vstupného napätia kotvy  $U_a$  a na zaťažovacom momente  $M_z$  (v rámci menovitých hodnôt). Výsledné závislosti sú na nasledujúcich obrázkoch (obr. 4.6,4.7), kde je pre porovnanie zobrazená poloha pólu diskretného systému PMDC identifikovaného metódou najmenších štvorcov a metódou podpriestorov. U oboch identifikačných metód boli identifikované stabilné póly, pričom je treba poznamenať, že póly závisia hlavne na veľkosti vstupného napätia  $U_a$ , ktorým systém vybudzujeme. Pre porovnanie výsledkov identifikácie parametrov ( $R_a$ ,  $L_a$ ) PMDC sú v (tabuľka 4.3) zobrazené identifikované parametre.

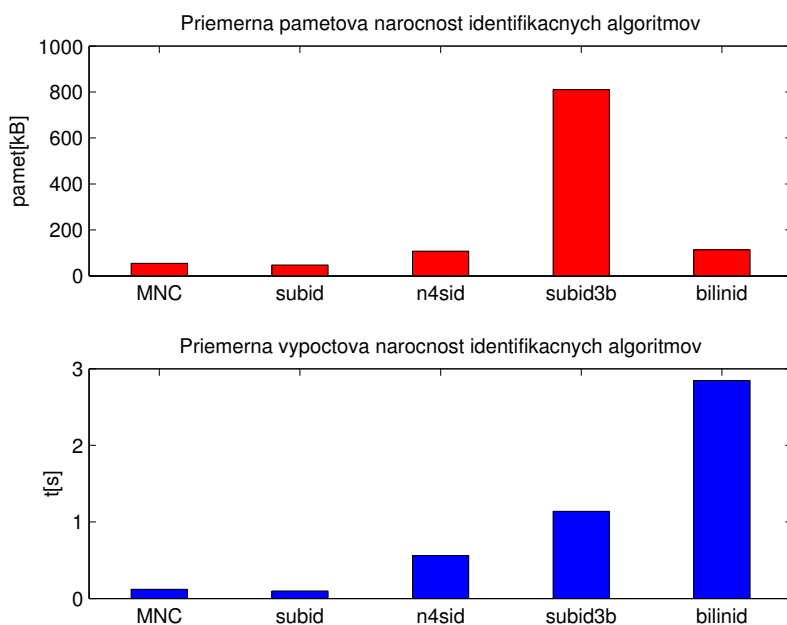
Porovnaním oboch identifikačných metód je možné záverom usúdiť:

- z hľadiska pamäťovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podpriestorov v závislosti na použitom algoritme väčšie pamäťové nároky ako metóda najmenších štvorcov (obr. 4.5),

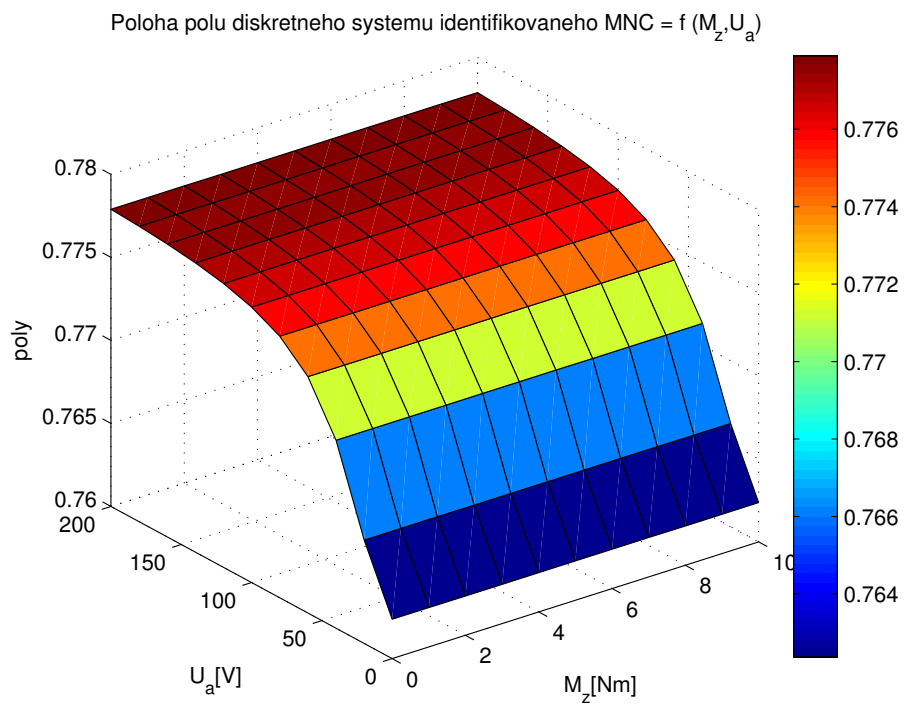
MNC	k=100	k=500	k=1000
$R_a[\Omega]$	0,0802 ( $\delta = 0,25\%$ )	0,0802 ( $\delta = 0,25\%$ )	0,0801 ( $\delta = 0,13\%$ )
$L_a[mH]$	3,1937 ( $\delta = 0,19\%$ )	3,1937 ( $\delta = 0,19\%$ )	3,1937 ( $\delta = 0,19\%$ )
SUBID	k=100	k=500	k=1000
$R_a[\Omega]$	0,0802 ( $\delta = 0,25\%$ )	0,0802 ( $\delta = 0,25\%$ )	0,0801 ( $\delta = 0,13\%$ )
$L_a[mH]$	3,1770 ( $\delta = 0,72\%$ )	3,1656 ( $\delta = 1,08\%$ )	3,1585 ( $\delta = 1,29\%$ )

Tab. 4.3: Identifikované parametre simulovaného PMDC metódou metódou najmenších štvorcov (MNC) a metódou podpriestorov (SUBID) pre rôzny počet I/O vzorkov dát ( $\delta$  - chyba identifikácie).

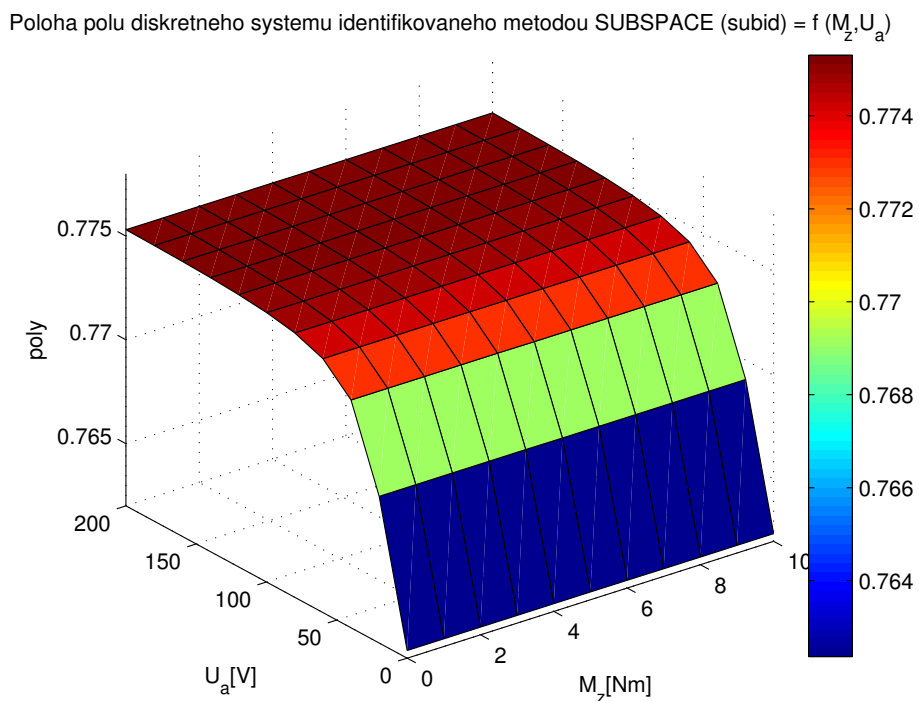
- z hľadiska výpočtovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podpriestorov väčšie výpočtové nároky ako metóda najmenších štvorcov, pričom je to opäť závislé na použítom type algoritmu podpriestorovej identifikácie (obr. 4.5),
- z hľadiska presnosti odhadu parametrov identifikácie sa dosiahlo presnejších výsledkov metódou najmenších štvorcov (správna hodnota pólu je  $z = 0,7788$ ). Z algoritmov podpriestorovej identifikácie dosahoval najlepších výsledkov robustný algoritmus "subid".



Obr. 4.5: Pamäťová a výpočtová náročnosť algoritmov identifikácie najmenších štvorcov (MNC) a podpriestorovej identifikácie (subid, n4sid, subid3b, bilinid).



Obr. 4.6: Poloha diskrétného pólu systému jednosmerného motora identifikovaného metódou najmenších štvorcov.



Obr. 4.7: Poloha diskrétného pólu systému jednosmerného motora identifikovaného metódou podpriestorov algoritmom "subid".

## 5 SYNCHRÓNNY MOTOR S PERMANENTNÝMI MAGNETMI

Táto kapitola čerpá z literatúry [20].

Čoraz častejšie a vo väčšej miere a s väčšími nárokmi dochádza k aplikácii striedavých regulačných pohonov so synchronnými motormi do priemyslu. U týchto motorov je budiace vynutie nahradené permanentnými magnetmi. Použitím nových magnetických materiálov na bázi zlúčenín Samarium-Kobalt ( $SmCO_5$  resp.  $SmCO_{17}$ ) a Neodym-Bór-Železo ( $NdBF_e$ ) boli vyvinuté synchronne motory s výkonom rádovo stovky kW. Najväčšie využitie týchto motorov je v oblasti servomechanizmov, robotov a manipulátorov, pričom u týchto aplikácií sú najčastejšie výkony niekoľko kW.

Pohony s týmito servomotormi sú v zahraničnej literatúre označované ako Brushless A.C. Motor Servodrives alebo bezkartáčové servopohony. Rovnako je možné sa stretnúť s označením PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motor), aj keď tento názov sa niekedy používa aj pre EC (elektronicky komutované) motory.

Synchronný motor sa skladá so statora (stojaca časť) a rotora (pohybujúca sa, rotujúca časť). Stator je bežný, trojfázový, rovnako ako u asynchronného motora alebo klasického synchronného motora s vynutým rotorom. Rotor je tvorený permanentnými magnetmi (najčastejšie zo vzácnych zemín), pričom tvar magnetickej indukcie vo vzduchovej medzere a teda aj indukovaného napätia je harmonický, sínusový.

Statorové vinutie, ktoré je zapojené do hviezdy je napájané harmonickými prúdmi, čo zabezpečuje rovnomerný chod motora bez momentových pulzácií. K napájaniu motora sa používa napäťový striedač osadený najčastejšie IGBT tranzistormi so spätnými diódami. Striedač pracuje najčastejšie s pulzne šírkovou moduláciou (PWM - pulse wide modulation).

Pre riadenie je nutné čo najpresnejšie vedieť informáciu o okamžitej polohe a rýchlosti motora. Z tohoto dôvodu je motor vybavený rezolvérom alebo inkrementálnym čidlom. V porovnaní s jednosmernými motormi majú bezkartáčové servomotory tieto výhody:

- malé rozmery a moment zotrvačnosti
- veľké, bežne až 6-násobné prúdové a momentové preťaženie v dynamických stavoch
- vysokú životnosť a spoľahlivosť
- minimálne nároky na údržbu

## 5.1 Matematický model

Zjednodušujúce predpoklady:

- priebeh magnetickej indukcie vo vzduchovej medzere a teda aj indukovaného napätia je sínusový, pričom je obecné uvažovaný rotor s vyniklými pólmi, t.j. s rôznou magnetickou vodivosťou v pozdĺžnom smere
- parametre ( $R, L$ ) stroja sú konštantné a rovnaké vo všetkých fázach
- straty v železe sú zanedbané
- tlmiace vinutie na rotore nie je prevedené a rovnako sa zanedbávajú tlmiace účinky materiálu rotora
- nulový vodič nie je pripojený

Riešenie rovníc pre model je vhodné prevádzať v súradnej sústave  $(d, q)$  spojenej s rotorom motora, rovnako ako u synchronného motora s budiacim vinutím. Voľba premenných:

- vstupné premenné  $u_d, u_q, M_L$
- stavové premenné  $i_d, i_q, \omega_m$
- výstupné premenné  $i_d, i_q, \omega_m, M_e$ , poprípade  $\Psi_d, \Psi_q$

Pre magnetické spráženie na základe uvedených zjednodušení platí:

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_f \quad (5.1)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (5.2)$$

Napäťové rovnice obecného synchronného motora majú nasledujúci tvar

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega \Psi_q = R_s i_d + \frac{d(L_d i_d + \Psi_f)}{dt} - \omega L_q i_q = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q \quad (5.3)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega \Psi_d = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega (L_d i_d + \Psi_f) \quad (5.4)$$

Z nich určíme derivácie stavových veličín, čo predstavuje satorové prúdy. Po Laplaceovej transformácii dostaneme

$$pI_d = \frac{1}{L_d}(U_d - R_s I_d + \omega L_q I_q) \quad (5.5)$$

$$pI_q = \frac{1}{L_q}(U_q - R_s I_q - \omega L_d I_d - \omega \Psi_f) \quad (5.6)$$

Maticový zápis stavových rovníc vyzerá nasledovne (jedná sa o nelineárny systém):

$$p \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\omega L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega L_q}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q - \omega \Psi_f \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

z pohybovej rovnice získame deriváciu tretej stavovej premennej - mechanickej rýchlosti

$$p\Omega_m = \frac{1}{J_c}(M_e - M_L) \quad (5.8)$$

elektrická rýchlosť  $\omega = p\Omega_m$

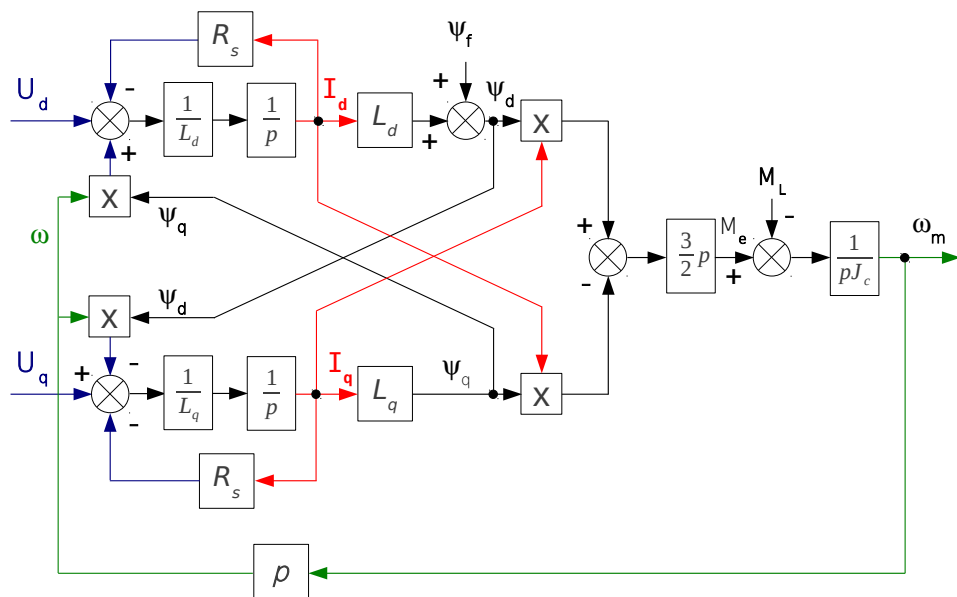
Elektromagnetický moment stroja

$$M_e = \frac{3}{2}p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = \frac{3}{2}p[\Psi_f + (L_d - L_q)i_d]i_q \quad (5.9)$$

Pokiaľ  $L_d = L_q$  (stroj s hladkým rotorom), tak sa rovnica pre moment zjednodušuje na tvar

$$M_e = \frac{3}{2}p\Psi_f i_q \quad (5.10)$$

Tento vzťah nám udáva, že moment stroja je daný súčinom kolmej (momentovej) zložky priestorového vektora statorového prúdu a konštantného budiaceho magnetického toku (spráženia), ktorý je daný iba permanentnými magnetmi a nie výsledným tokom ovplyvneným statorovým prúdom. Táto skutočnosť umožňuje navrhnuť pomerne jednoduchú regulačnú štruktúru, v ktorej nie je potrebné zisťovať veľkosť a polohu celkového (výsledného) magnetického spráženia toku, ale stačí sa orientovať iba na polohu rotora stroja.



Obr. 5.1: Bloková schéma synchrónneho motora s permanentnými magnetmi.

## 5.2 Riadenie motora

### Riadenie rýchlosti [23]

Pre synchrónnu rýchlosť platí:

$$\omega_s = \frac{2\pi f}{P_p} \quad (5.11)$$

kde  $f$  je frekvencia napájania a  $P_p$  je počet pólových dvojíc motora. Rýchlosť sa reguluje zmenou frekvencie napájacieho napätia alebo prúdu (rovnica 5.11). Pre stabilitu a spoľahlivosť chodu motora musí synchronný motor pracovať so stálym magnetickým tokom, teda úmerne so zmenou frekvencie sa musí meniť aj napájacie napätie. Frekvenčné riadenie môže byť nezávislé alebo závislé na polohe rotora.

Príkladom nezávisleho riadenia frekvencie môže byť použitie priameho meniča frekvencie napájacieho napätia (tvorený skupinou meničov, ktoré pracujú ako usmerňovač s periodickým výstupným napätím) alebo nepriameho meniča frekvencie napájacieho napätia (tvorený usmerňovačom a strieďačom pre rozbeh motora, pričom pri rozbehu musí frekvenčný menič zabezpečiť, aby motor nevypadol so synchronizmu).

U závislého riadenia frekvencie je frekvenčný menič závislý na výstupných otáčkach motora. Rýchlosť motora sa riadi napätím meniča. Strieďač plní funkciu elektrického komutátora (akým je mechanický komutátor u jednosmerného motora).

### Vektorové riadenie [24]

Používa sa hlavne v dynamicky náročných pohonoch. Všeobecne je možné riadiť synchronný motor prostredníctvom statorového a rotorového vinutia. Keďže synchronný motor s permanentnými magnetmi má k dispozícii len statorové vinutie, pretože rotor je tvorený permanentnými magnetmi, je možné tento motor riadiť len pomocou vinutia statora. Zmenou riadiacej veličiny meníme nielen magnetický tok, ale aj moment motora (vzájomná väzba). Poloha vektora magnetického toku je funkciou rýchlosti a záťažového momentu. Aby sa mohol synchronný motor riadiť podobne ako u jednosmerného motora je potrebné nezávislé riadenie magnetického toku a momentu motora. Riadenie synchronného motora s permanentnými magnetmi má potom vlastnosti blízke jednosmernému motoru.

Riadenie môže byť orientované na magnetický tok hlavný, statorový alebo rotorový. Pri orientácii na magnetický tok hlavný a statorový zostáva väzba medzi magnetickým tokom a momentom. Iba pri vektore rotorového magnetického toku je možné riadiť obe veličiny úplne nezávisle. K riadeniu je však potrebné poznať veľkosť a polohu vektora magnetického toku rotora. To je možné získať priamo (Hallove sondy v motore), alebo nepriamo z meraní statorových prúdov, alebo napätí a rýchlosti.

## 5.3 Parametre simulovaného synchronného motora

Simulovaný trojfázový synchronný motor s permanentnými magnetmi vytvorený v prostredí Matlab/Simulink, na ktorom sa prevádza identifikácia má parametre zo-

brazené v (tabuľka 5.1). Pri simulácii boli použité parametre motora TGT2-0032-30-24/T0PS1KX-1M firmy TG drives.

Názov	Jednotka	Hodnota
Menovité napätie ( $U_n$ )	[V]	18
Menovitý prúd - fáza ( $I_n$ )	[A]	5,2
Menovitý moment ( $M_n$ )	[Nm]	0,3
Menovité otáčky ( $n_n$ )	[ot.min <sup>-1</sup> ]	3000
Odpor statora ( $R$ )	[Ω]	0,2915
Indukčnosť statora ( $L_d$ )	[mH]	0,235
Indukčnosť statora ( $L_q$ )	[mH]	0,235
Moment zotrvačnosti rotora ( $J$ )	[kg.cm <sup>2</sup> ]	0,080
Elektromotorická síla ( $K_e$ )	[V.s.rad <sup>-1</sup> ]	0,012414
Počet pólov motora ( $P_p$ )	[-]	3

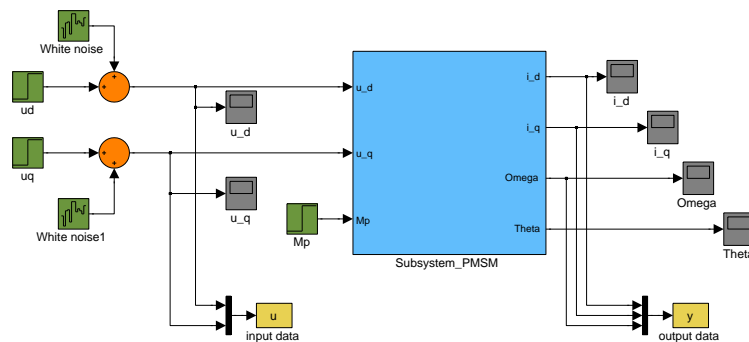
Tab. 5.1: Parametre simulovaného synchrónneho motora.

## 5.4 Offline identifikácia modelu

Všeobecne o offline identifikácii bolo spomenuté v kapitole 4.5. Pre offline identifikáciu bol v prostredí Matlab/Simulink vytvorený dynamický model synchrónneho motora s permanentnými magnetmi, u ktorého sa vychádzalo z modelu [24]. Identifikácia prebieha v (d,q) súradnej sústave. Keďže identifikácia prebieha v rámci simulácii v programe Matlab/Simulink je možné využiť tohoto prístupu. Na reálnom modeli by bolo zapotreby uvažovať s Park-Clarkovov transformáciou do fázových súradníc  $u_a, u_b, u_c$  respektíve  $i_a, i_b, i_c$ . K identifikácii modelu (obr. 4.2) prostredníctvom metódy podpriestorov sa vyžadujú I/O dáta modelu. U synchrónneho motora predstavujú zložky napätia  $u_d, u_q$  vektory vstupných dát ( $\bar{u}_k$ ), statorové prúdy  $i_d, i_q$  vektory výstupných dát ( $\bar{y}_k$ ). Zložky napätia  $u_d, u_q$  predstavujú charakter vstupného signálu typu skoková zmena, pričom k tomuto signálu sa pričítava signál bieleho šumu s ohraničenou nízkou hodnotou úrovne (pomer užitočný signál-šum) z dôvodu poskytovania dostatočnej identifikačnej výdatnosti (využitie bieleho šumu v rozsahu dôležitých frekvencií, ktoré sú v ňom obsiahnuté v súvislosti s identifikovaným systémom).

Model synchrónneho motora (obr. 5.3) obsahuje nelinearity (krížené väzby od magnetických tokov  $\Psi_d, \Psi_q$  vektorových zložiek a spätná väzba od otáčok  $\omega$ ), čiže je to nelineárny systém. Pre identifikáciu parametrov došlo podobne ako v prípade jednosmerného motora s permanentnými magnetmi k pokusu identifikovať daný





Obr. 5.2: Identifikačný model v prostredí Matlab/Simulink.

model bez spätnej väzby od otáčok  $\omega = 0$  (vynásobenie spätnej väzby konštantou 0) a s uvažovaním spätnej väzby od otáčok  $\omega$ .

Pri identifikácii modelu sa vychádza z napäťových rovníc synchronného motora (rovnice 5.3, 5.4), z ktorých sa určia deriváciou stavových veličín satorové prúdy a po Laplaceovej transformácii stavové rovnice (rovnice 5.5, 5.6).

### Potlačenie spätnej väzby od otáčok $\omega$

Pri potlačení spätnej väzby núteným nastavením otáčok  $\omega = 0$  dôjde k potlačeniu nelinearit (násobenie krížových väzieb od magnetických tokov  $\Psi_d$ ,  $\Psi_q$  vektorových zložiek spätnou väzbou od otáčok, ktorá je nulová). Bez uvažovania týchto väzieb, platí pre výsledný prenos zotrvačného článku:

- d-zložky tvoreného v priamej vetve prevrátenou hodnotou indukčnosti  $L_d$  a v spätnej väzbe odporom statora  $R_s$

$$F_{pd} = \frac{I_d}{U_d} = \frac{\frac{1}{L_d}}{p + \frac{R_s}{L_d}} \quad (5.12)$$

- q-zložky tvoreného v priamej vetve prevrátenou hodnotou indukčnosti  $L_q$  a v spätnej väzbe odporom statora  $R_s$

$$F_{pq} = \frac{I_q}{U_q} = \frac{\frac{1}{L_q}}{p + \frac{R_s}{L_q}} \quad (5.13)$$

Po dosadení hodnôt za neznáme parametre sa získa číselne vyjadrený spojitý prenos zotrvačného článku: ( $R_s = 0,2915\Omega$ ,  $L_d = L_q = 0,235 \cdot 10^{-3}H$ ):

$$F_{pd} = F_{pq} = \frac{4255}{p + 1240}$$

Keďže je použitá perióda vzorkovania  $T_{vz} = 0,0001s$  po diskretizácii spojitého prenosu platí:

$$F_{z_{d_{skut}}} = F_{z_{q_{skut}}} = \frac{0,4002}{z - 0,8833}$$

$$F_{z_{d_{ident}}} = F_{z_{q_{ident}}} = \frac{0,40023}{z - 0,8833}$$
[illegible]

### Uvažovanie spätnej väzby od otáčok $\omega$

## Filtrácia I/O dát

57

spracovanie signálu veľmi rušivá. Zaujímavosťou je, že algoritmus podpriestorovej identifikácie odolal vplyvu jednosmernej zložky a nedošlo k ovplyvneniu výsledkov identifikácie. Pre potlačenie jednosmernej zložky je potrebné od signálu odčítať jeho strednú hodnotu:

$$y'(k) = y(k) - m_y \quad u'(k) = u(k) - m_u$$

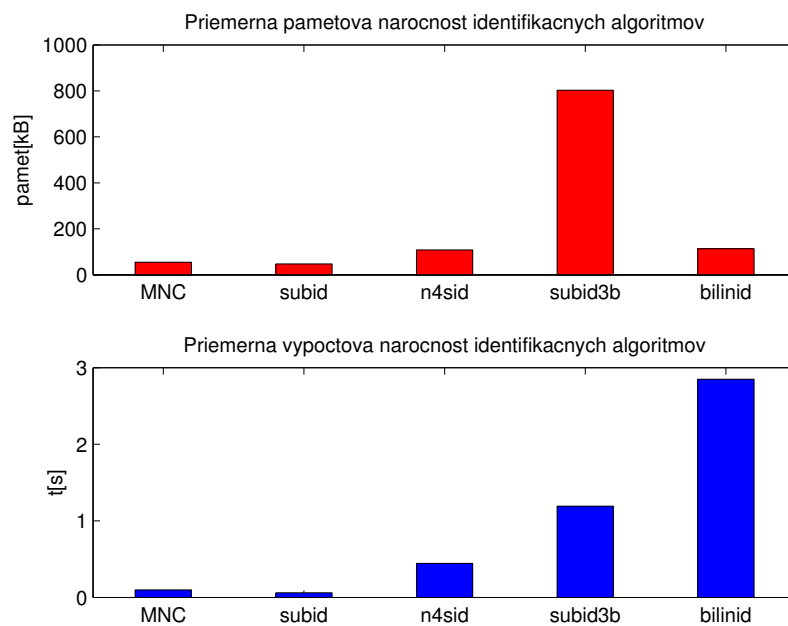
$$m_y = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N y(k) \quad m_u = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N u(k)$$

### Porovnanie získaných výsledkov

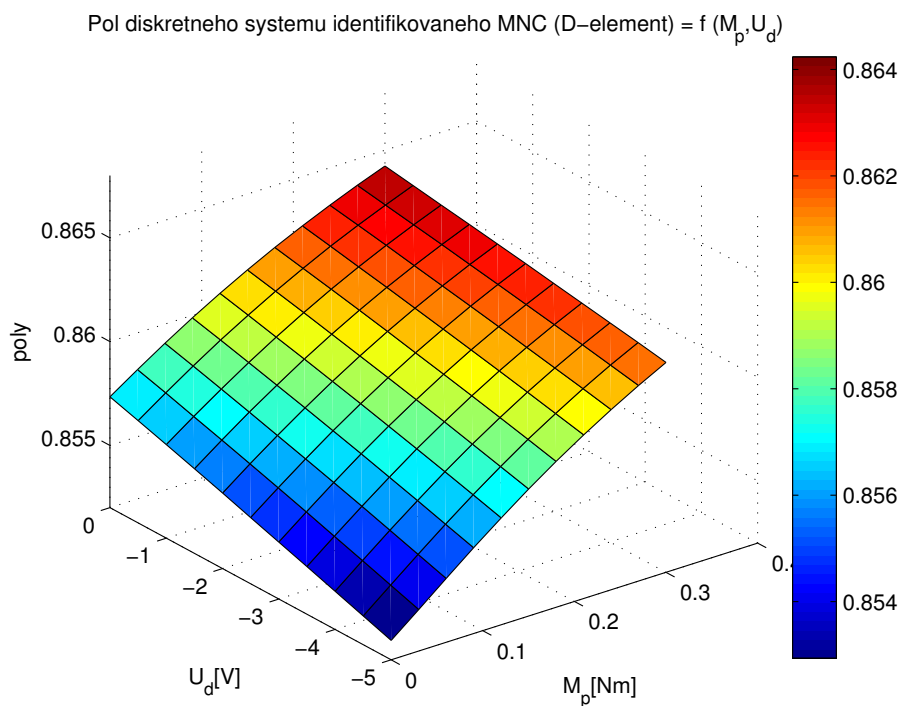
Na základe experimentu identifikácie bola vytvorená charakteristika polohy pólov pre D a Q zložku identifikovaného diskretného systému PMSM v závislosti na veľkosti vstupného napätia  $U_d$  respektíve  $U_q$  a na zaťažovacom momente motora  $M_p$ . Výsledné závislosti sú zobrazené na nasledujúcich obrázkoch (obr. 5.5, 5.7, 5.6, 5.8), kde sú pre porovnanie zobrazené póly D a Q zložky diskretného systému PMSM identifikovaného metódou najmenších štvorcov a metódou podpriestorov. Hodnoty vstupných napätí  $U_d, U_q$  boli volené v takom rozmedzí, aby hodnota otáčok  $\omega$  bola dostatočne vysoká, ale aby nepresiahla nominálnu hodnotu 5.1. Hodnota záťažného momentu  $M_p$  bola takisto volená v rámci nominálnych hodnôt 5.1. U oboch identifikačných metód boli identifikované stabilné póly, pričom je treba poznamenať, že póly diskretného systému závisia na veľkosti vstupného napätia  $U_d$ , respektíve  $U_q$  a takisto na veľkosti záťažného momentu  $M_p$ .

Porovnaním oboch identifikačných metód je možné záverom usúdiť:

- z hľadiska pamätovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podpriestorov v závislosti na použitom algoritme väčšie pamäťové nároky ako metóda najmenších štvorcov, podobne ako tomu bolo u jednosmerného motora (obr. 5.4),
- z hľadiska výpočtovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podpriestorov väčšie výpočtové nároky ako metóda najmenších štvorcov, pričom je to opäť závislé na použitom type algoritmu podpriestorovej identifikácie (obr. 5.4),
- z hľadiska presnosti odhadu parametrov identifikácie sa dosiahlo presnejších výsledkov (respektíve sa identifikované póly blížili k správnej hodnote) prostredníctvom metódy najmenších štvorcov (správna hodnota pólu je  $z = 0,8833$ ). Z algoritmov podpriestorovej identifikácie dosahoval najlepších výsledkov numerický algoritmus "n4sid" (obr. 5.5, 5.6, 5.7, 5.8).

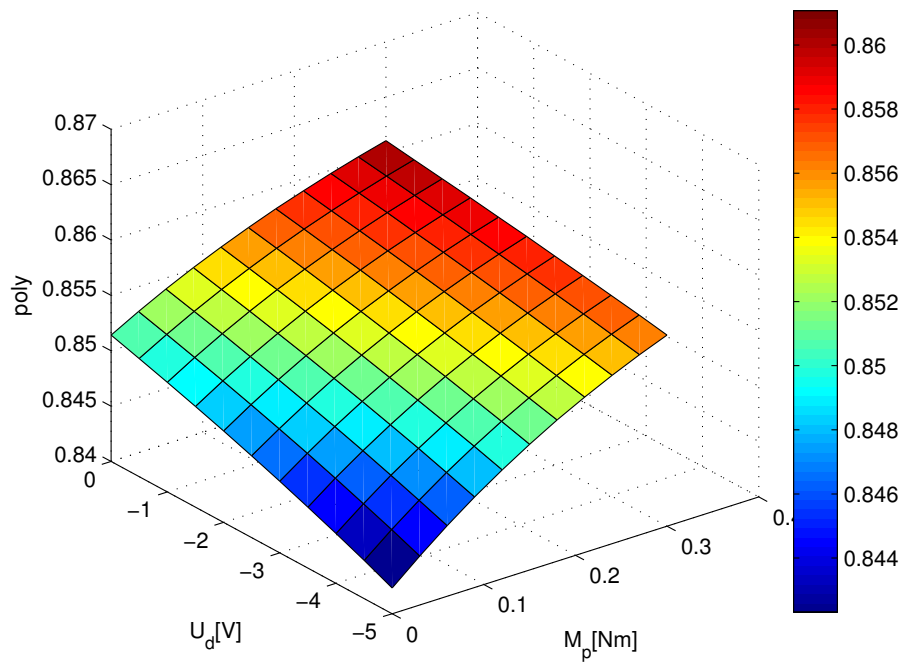


Obr. 5.4: Pamäťová a výpočtová náročnosť algoritmov identifikácie najmenších štvorcov a podpriestorovej identifikácie.



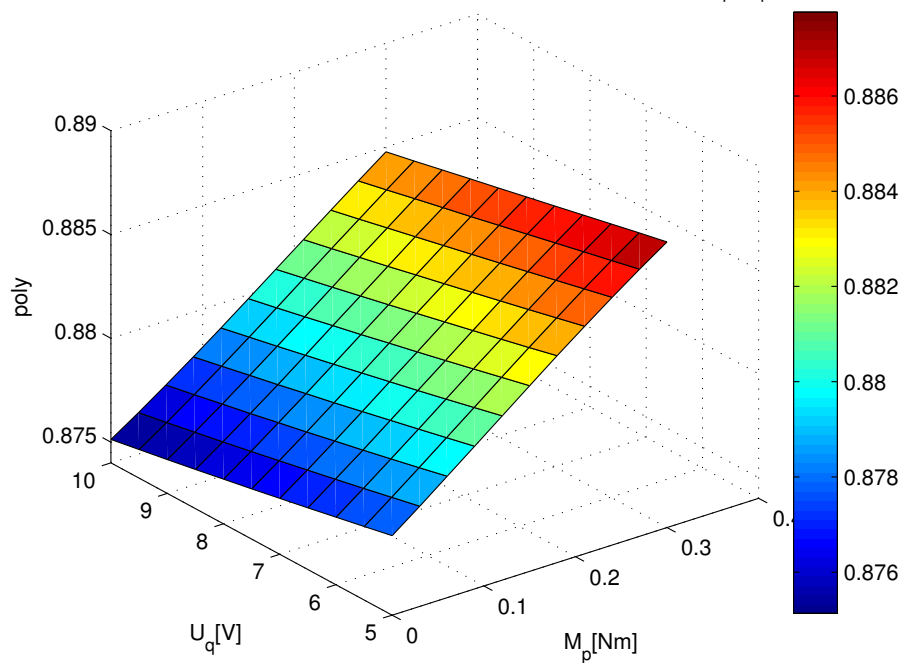
Obr. 5.5: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov.

Pol diskretného systému identifikovaný metódou SUBSPACE–n4sid (D–element) =  $f(M_p, U_d)$



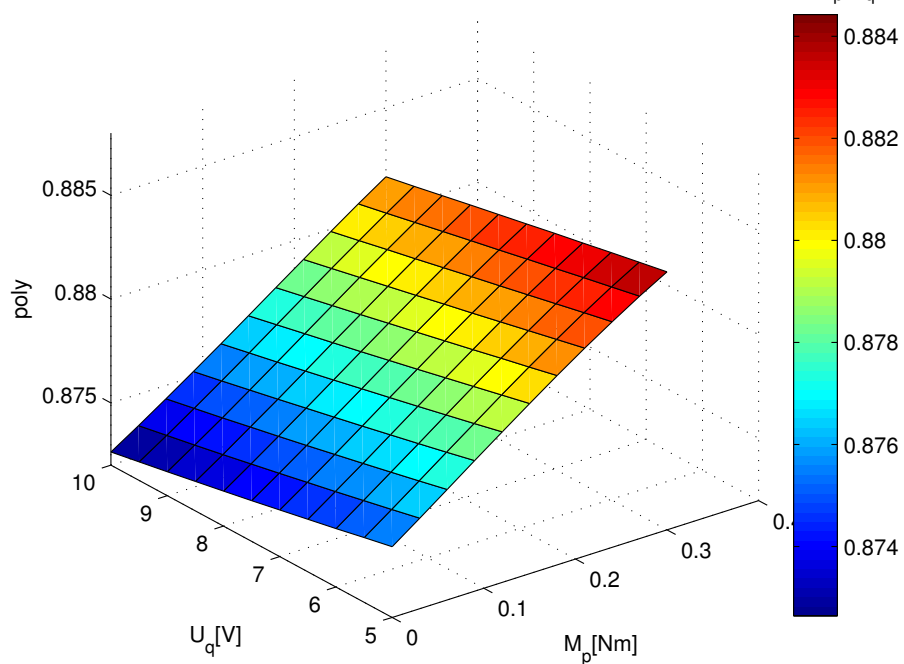
Obr. 5.6: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid.

Pol diskretného systému identifikovaný MNC (Q–element) =  $f(M_p, U_q)$



Obr. 5.7: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov.

Pol diskretného systému identifikovaný metódou SUBSPACE-n4sid (Q-element) =  $f(M_p, U_q)$



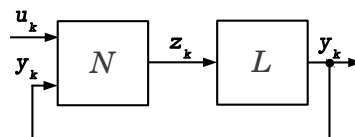
Obr. 5.8: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid.

## 6 Nelineárny prístup identifikácie parametrov PMSM

Nelineárna identifikácia predstavuje oblasť aktívneho výzkumu (viz. [10], [11], [12], [13], [14]). Najpoužívanějšími modelovými štruktúrami sú Hammersteinov, Wienerov, nelineárny spätnoväzobný a kombinovaný Hammersteinov-nelineárny spätnoväzobný model (viz. [9]). Tieto modely v sebe zahŕňajú prepojenie lineárneho a nelineárneho bloku, ktoré vzniknú rozdelením modelu na lineárnu a nelineárnu časť.

### 6.1 Popis problému

Takýto prístup je možné si predstaviť aj u synchronného motora s permanentnými magnetmi. Model motora je možné si rozdeliť na nelineárnu 'N' a lineárnu 'L' časť. Nelineárnu časť predstavujú otáčky  $\omega$ , ktoré sú v spätnej väzbe násobené magneticky spráženými tokmi  $\Psi_d + \Psi_f$  respektíve  $\Psi_q$  (D-zložka, Q-zložka), ktoré sa ďalej s patričným znamienkom v súčtovom člene sčítavajú so vstupom  $u_d$  respektíve  $u_q$ . Lineárnu časť predstavuje lineárny zotrvačný článok prvého rádu tvorený v priamej vetve prevrátenou hodnotou indukčnosti  $L_d$  respektíve  $L_q$  (D-zložka, Q-zložka) a integrátorom. V spätnej väzbe je odpor statora  $R_s$ .

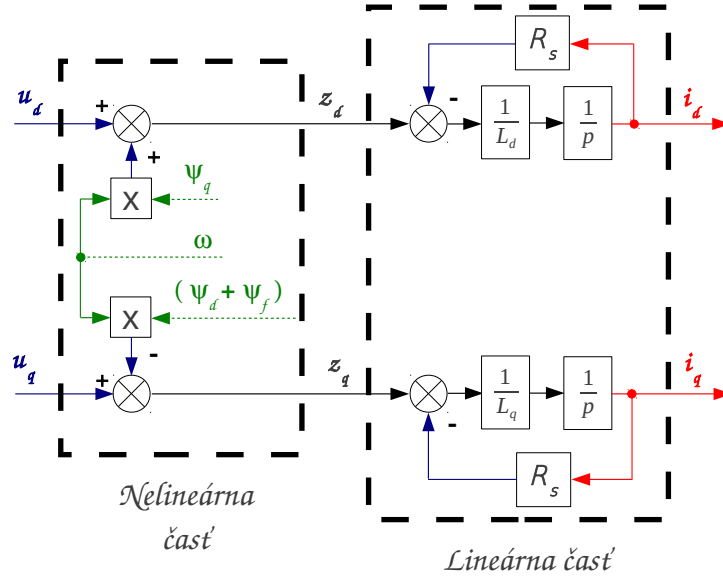


Obr. 6.1: Nelineárny systém s nelinearitami na meraných vstupoch.

Cieľom takéhoto prístupu je zvlášť identifikovať parametre PMSM z lineárnej a nelineárnej časti a snažiť sa dosiahnuť minimálnu odchýlku od skutočných hodnôt parametrov PMSM. Lineárna dynamická časť, ktorá predstavuje zotrvačný článok tvorený parametrami PMSM je identifikovaná prostredníctvom algoritmov podpriestorovej identifikácie pre lineárne systémy. Nelineárna časť, v ktorej sa takisto objavujú parametre PMSM je identifikovaná prostredníctvom gradientných metód.

Prostredníctvom týchto metód sú riešené nasledujúce rovnice, ktoré vychádzajú z modelu (obr. 6.2). Problém, ktorý popisuje daný model vychádza z toho, že k dispozícii sú merané hodnoty vstupného napätia ( $u_d, u_q$ ), výstupného prúdu ( $i_d, i_q$ ) a otáčok ( $\omega$ ). Tu sa ponúka možnosť určiť hodnotu  $z_d, z_q$  priamo z nelineárnej časti:

$$\text{D - zložka : } z_d = u_d + \Psi_q \omega = u_d + L_q i_q \omega$$



Obr. 6.2: Model PMSM s nelineárnou a lineárnou časťou.

$$\mathbf{Q} - \text{zložka} : \quad z_q = u_q - (\Psi_f + \Psi_d)\omega = u_q - (\Psi_f + L_d i_d)\omega$$

alebo z lineárnej časti, kde je potreba prepočítať výstup zotrvačného článku prvého rádu  $(i_d, i_q)$  na vstup  $(z_d, z_q)$ :

$$\mathbf{D} - \text{zložka} : \quad z_d = \mathbf{R}_s i_d(k) + \mathbf{L}_d \frac{i_d(k) - i_d(k-1)}{T_{vz}} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{Q} - \text{zložka} : \quad z_q = \mathbf{R}_s i_q(k) + \mathbf{L}_q \frac{i_q(k) - i_q(k-1)}{T_{vz}} \quad (6.2)$$

Ak sa tieto vzťahy pre jednotlivé zložky porovnajú, naskytuje sa tu možnosť vykonať rozdiel z hodnôt  $z_d$ , respektíve  $z_q$  v závislosti na zložke (D-zložka, Q-zložka):

**D-zložka:**

$$f(z_d) = \mathbf{R}_s i_d(k) + \mathbf{L}_d \frac{i_d(k) - i_d(k-1)}{T_{vz}} - u_d(k) - \mathbf{L}_q i_q(k)\omega(k) = 0 \quad (6.3)$$

**Q-zložka:**

$$f(z_q) = \mathbf{R}_s i_q(k) + \mathbf{L}_q \frac{i_q(k) - i_q(k-1)}{T_{vz}} - u_q(k) + [\Psi_f + \mathbf{L}_d i_d(k)]\omega(k) = 0 \quad (6.4)$$

Takýmto prístupom je možné realizovať minimalizáciu (presnejší výpočet, respektíve odhad) parametrov PMSM získaných z lineárnej a nelineárnej časti. Pre minimalizáciu je najlepšou variantou použitie gradientných metód. Jednou z najlepších gradientných metód je modifikovaná Newtonova metóda a jej varianta BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), ktorá dáva najlepšie výsledky.



## 6.2 Gradientné metódy

V matematike predstavujú gradientné metódy algoritmus pre numerické riešenie systému lineárnych rovníc, pričom matica systému je symetrická a pozitívne definitná. Gradientné metódy patria medzi iteratívne metódy.

### 6.2.1 Obecný popis [22]

Princípom gradientných metód je previesť zmenu vektoru parametrov  $\theta_{k-1}$  s váhou  $v_k$  v smere vektora  $p_{k-1}$ , ktorý je daný smerom gradientu  $g_{k-1}$ , ktorý môže byť natočený, predĺžený prípadne skrátený maticou  $R_{k-1}$ .

$$\theta_k = \theta_{k-1} - v_{k-1}p_{k-1}, \quad p_{k-1} = R_{k-1}g_{k-1}$$

Gradient je možné pre prípad kriteriálnej funkcie danej súčtom kvadrátov odchýlok vyjadriť ako:

$$g = \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^N e(i) \frac{\partial e(i)}{\partial \theta}$$

pričom platí

$$e(i) = y(i) - \hat{y}(i).$$

Jedna zložka gradientu v bode  $\theta$  v smere  $i$  sa aproximuje ako:

$$g_i(\theta) \approx \frac{J(\theta + \Delta\theta_i) - J(\theta)}{\Delta\theta_i}$$

Výsledný gradient je daný vyčíslením  $g_i$  vo všetkých smeroch  $i = 1 \dots n$ . Pre takto vyčíslený gradient potrebujeme  $n$  vyčíslení kriteriálnej funkcie  $J(\theta)$ . V praxi sa rieši voľba  $\Delta\theta_i$  čo najmenšia z dôvodu presnosti, ale dosť veľký na to, aby sa neprejavili kvantizačné chyby pri výpočte.

## 6.3 Riešenie problému

Riešenie problému, ktorý je načrtnutý v tejto kapitole je rozdelené na tri časti. Prvú časť tvorí počiatočná identifikácia parametrov ( $R_s, L_d, L_q$ ) prostredníctvom metódy podpriestorov. Motor je roztočený na vysoké otáčky (v rozsahu 1000-3000 ot/min), pričom sú merané vstupné ( $u_d, u_q$ ) a výstupné ( $i_d, i_q$ ) dáta. Takto získané parametre slúžia v druhom kroku ako inicializačná hodnota pre minimalizáciu rovníc 6.3, 6.4 prostredníctvom gradientných metód. Pre riešenie je v prostredí Matlab zvolená funkcia (*fsolve*) s nastaveným algoritmom modifikovanej Newtonovej metódy a s nastavením potrebných optimalizačných parametrov. Parametre získané z druhej časti sa použijú pre prepočet vstupných hodnôt ( $z_d, z_q$ ) do lineárnej časti. Takto sú

k dispozícii vstupné ( $z_d, z_q$ ) a výstupné ( $i_d, i_q$ ) dáta pre lineárnu časť systému PMSM (obr. 6.2), ktoré sa v tretej časti použijú pre identifikáciu parametrov ( $R_s, L_d, L_q$ ) metódou podpriestorov.

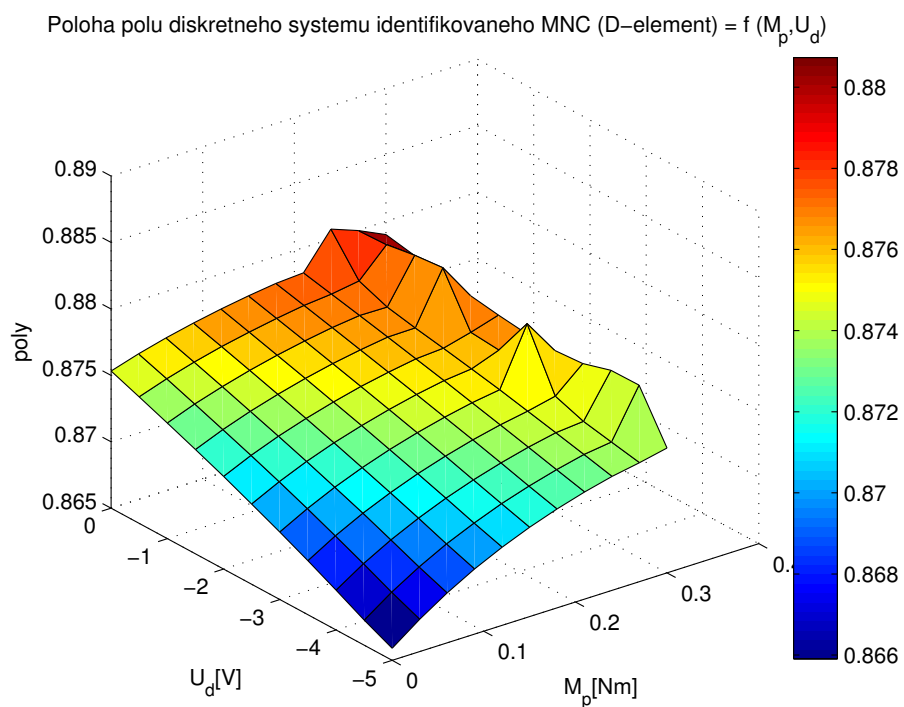
Na základe experimentu bola odskúšaná identifikácia parametrov prostredníctvom načrtnutého postupu, pričom pre vylepšenie identifikácie dochádza k prepínaniu medzi identifikáciou parametrov lineárnej a nelineárnej časti. Pre možnosť porovnania výsledkov identifikácie pri uvažovaní prepočtu vstupných hodnôt ( $z_d, z_q$ ) do lineárneho systému a pri ich neuvažovaní (obr. 5.5, 5.6, 5.7, 5.8) bola vytvorená charakteristika polohy pólov pre D a Q zložku identifikovaného diskretného systému PMSM v závislosti na veľkosti vstupného napätia  $U_d$  respektíve  $U_q$  a na zaťažovanom momente motora  $M_p$ . Výsledné grafy (obr. 6.3, 6.4, 6.5, 6.6) vypovedajú o tom, že prostredníctvom prepočtu vstupných hodnôt ( $z_d, z_q$ ) do lineárneho systému dochádza k vyrovnávaniu charakteristiky polohy pólu a k vylepšeniu presnosti, respektíve zmenšeniu chyby identifikácie pod 10% a to rovnako ako pri použití metódy najmenších štvorcov tak aj pri použití metódy podpriestorov. Pre porovnanie výsledkov identifikácie parametrov ( $R_s, L_d, L_q$ ) PMSM prostredníctvom metódy podpriestorov a metódy najmenších štvorcov a pre rôzny počet nameraných vzorkov dát sú v (tab. 6.1, 6.2) zobrazené identifikované parametre. Na základe získaných výsledkov je možné tvrdiť, že lepších výsledkov sa dosiahlo metódou najmenších štvorcov.

<b>D-zložka</b>	<b>k=100</b>	<b>k=500</b>	<b>k=1000</b>
$R_s[\Omega]$	0,2739 ( $\delta = 6,1\%$ )	0,2966 ( $\delta = 1,7\%$ )	0,2961 ( $\delta = 1,5\%$ )
$L_d[mH]$	0,2626 ( $\delta = 11,7\%$ )	0,2612 ( $\delta = 11,1\%$ )	0,2514 ( $\delta = 7\%$ )
<b>Q-zložka</b>	<b>k=100</b>	<b>k=500</b>	<b>k=1000</b>
$R_s[\Omega]$	0,2912 ( $\delta = 0,1\%$ )	0,2790 ( $\delta = 4,3\%$ )	0,2725 ( $\delta = 6,6\%$ )
$L_q[mH]$	0,2508 ( $\delta = 6,7\%$ )	0,2476 ( $\delta = 5,4\%$ )	0,2501 ( $\delta = 6,4\%$ )

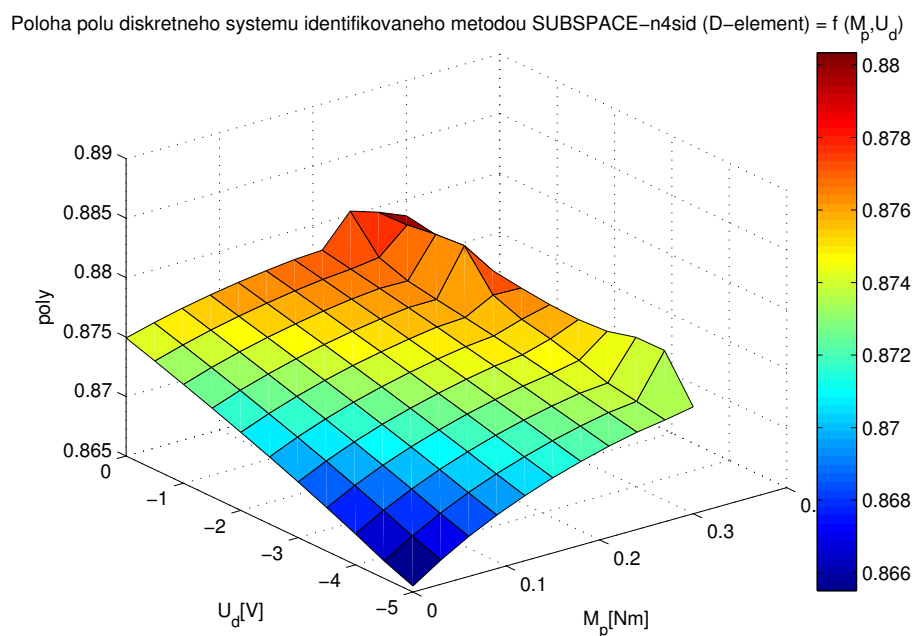
Tab. 6.1: Identifikované parametre simulovaného synchronného motora metódou podpriestorov pre rôzny počet vstupných vzorkov dát ( $\delta$  - chyba identifikácie).

<b>D-zložka</b>	<b>k=100</b>	<b>k=500</b>	<b>k=1000</b>
$R_s[\Omega]$	0.2845 ( $\delta = 2,4\%$ )	0.2950 ( $\delta = 1,2\%$ )	0.2939 ( $\delta = 0,8\%$ )
$L_d[mH]$	0,2623 ( $\delta = 11,6\%$ )	0,2608 ( $\delta = 11\%$ )	0,2505 ( $\delta = 6,6\%$ )
<b>Q-zložka</b>	<b>k=100</b>	<b>k=500</b>	<b>k=1000</b>
$R_s[\Omega]$	0,2876 ( $\delta = 0,5\%$ )	0,2793 ( $\delta = 4,2\%$ )	0,2781 ( $\delta = 4,6\%$ )
$L_q[mH]$	0,2489 ( $\delta = 5,9\%$ )	0,2460 ( $\delta = 4,7\%$ )	0,2471 ( $\delta = 5,15\%$ )

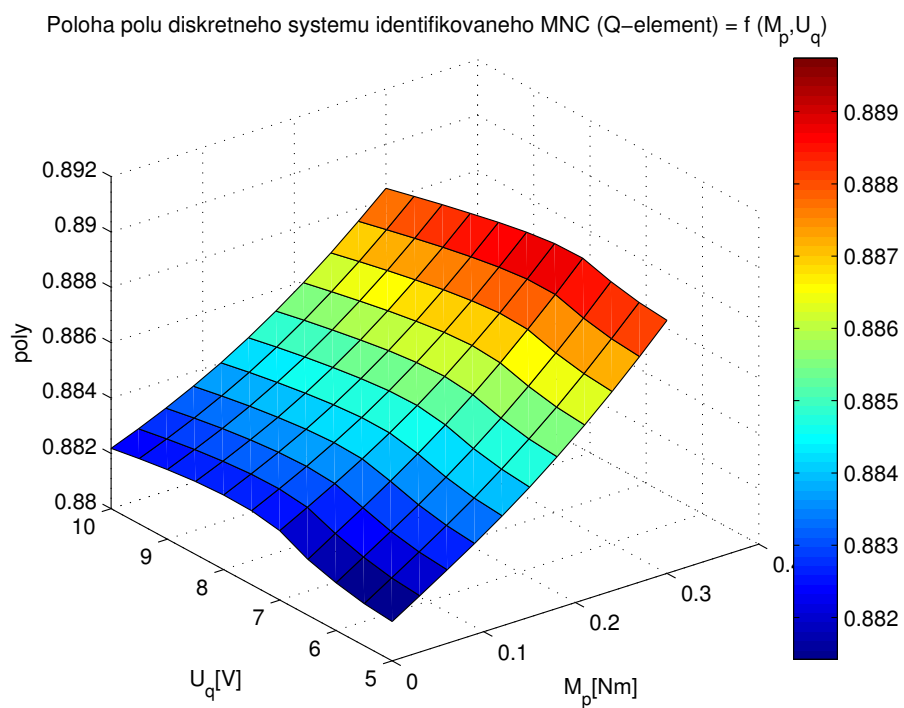
Tab. 6.2: Identifikované parametre simulovaného synchronného motora metódou najmenších štvorcov pre rôzny počet vstupných vzorkov dát ( $\delta$  - chyba identifikácie).



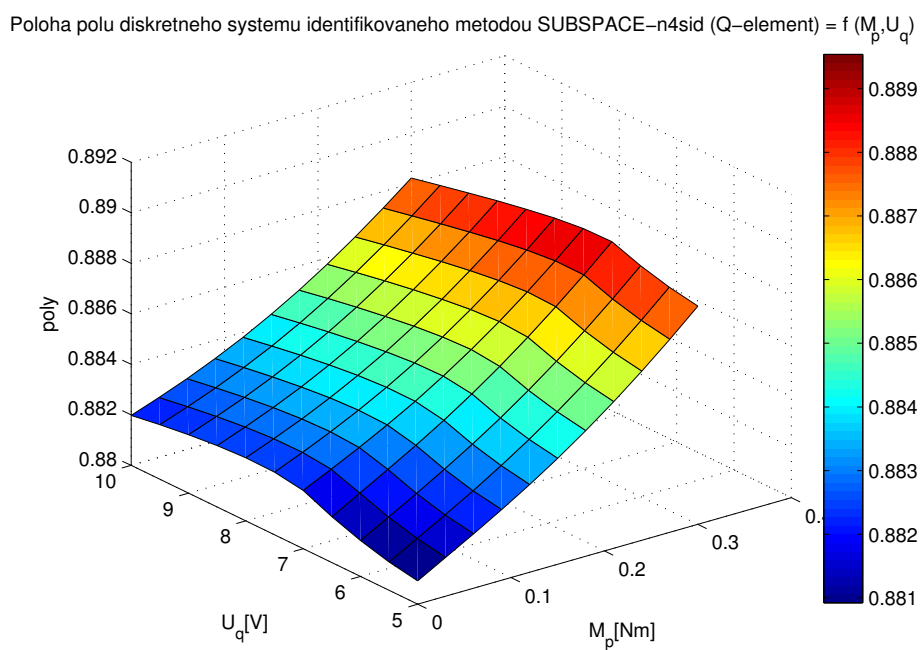
Obr. 6.3: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov.



Obr. 6.4: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre D-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid.



Obr. 6.5: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou najmenších štvorcov.



Obr. 6.6: Poloha diskrétného pólu systému synchronného motora pre Q-zložku identifikovanú metódou podpriestorov - algoritmus n4sid.

## 7 VÝSLEDKY DIPLOMOVEJ PRÁCE

### 7.1 Výsledky

Na základe identifikácie jednosmerného a synchronného motora s permanentnými magnetmi metódou podprieštiorov a metódou najmenších štvorcov je možné zhrnúť výsledky identifikácie do nasledujúcich bodov:

- z hľadiska pamätovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podprieštiorov väčšie pamäťové nároky ako metóda najmenších štvorcov z dôvodu prevádzania rôznych geometrických operácií ako sú šikmé projekcie, ortogonálne projekcie, prieniky, výpočet veľkých matíc, singulárnych čísel a pod. Toto hľadisko bolo zistené na základe funkcie *whos* v programe Matlab, ktorá vypočítava využitú pamäť.
- z hľadiska výpočtovej náročnosti identifikácie vyžaduje metóda podprieštiorov väčšie výpočtové nároky ako metóda najmenších štvorcov, čo bolo zistené funkciou *cputime* v prostredí Matlab. Táto funkcia vypočítava čas využitia procesora (CPU) pri prevádzaní výpočtových algoritmov. Pri identifikácii obidvoch typoch motorov bolo využitie procesora metódou podprieštiorov prinajmenšom zhodné no vo väčšine prípadov väčšie ako u metódy najmenších štvorcov, pričom výsledky závisia od použitého algoritmu podprieštiorovej identifikácie.
- z hľadiska presnosti odhadu parametrov identifikácie sa dosiahlo presnejších výsledkov metódou najmenších štvorcov v porovnaní s metódou podprieštiorov. Pri identifikácii jednosmerného motora s permanentnými magnetmi bol znateľný rozdiel medzi identifikovaným diskretným pólom systému (obr. 4.6, 4.7) len pri vyšších hodnotách vstupného napätia kotvy  $U_a$ . Pri identifikácii d-zložky synchronného motora s permanentnými magnetmi bol rozdiel medzi identifikovaným diskretným pólom (obr. 5.5, 5.6) minimálny. Pri identifikácii q-zložky synchronného motora s permanentnými magnetmi sa dosiahlo presnejších výsledkov metódou najmenších štvorcov (obr. 5.7, 5.8).
- z hľadiska nelineárneho prístupu identifikácie parametrov PMSM sa vďaka tomuto prístupu dosiahlo vylepšenia a zmenšenia chyby identifikácie pod 10%.
- z hľadiska rušivých vplyvov na identifikáciu (v tomto prípade nutnosť odstránenia jednosmernej zložky) pracoval algoritmus podprieštiorovej identifikácie odolnejšie v porovnaní s algoritmom metódy najmenších štvorcov. Toto hľadisko predstavuje pozitívum pre metódu podprieštiorov, pretože pri identifikácii sa často vyskytujú rušivé vplyvy, ktoré je niekedy ťažko odhaliť.

## 8 ZÁVER

Táto diplomová práca bola rozdelená na tri časti. V prvej časti došlo k zoznámeniu sa s nástrojmi a algoritmami podpriestorovej identifikácie a ich overení na jednoduchých príkladoch. V druhej časti došlo k vyskúšaniu algoritmov podpriestorovej identifikácie na simulovaných modeloch jednosmerného motora s permanentnými magnetmi a synchronného motora s permanentnými magnetmi vytvorených v prostredí Matlab/Simulink. Bola prevedená offlína identifikácia. Pre identifikáciu boli použité rôzne algoritmy podpriestorovej identifikácie. Pre porovnanie pamäťovej náročnosti, výpočtovej náročnosti a presnosti identifikácie sa použila metóda najmenších štvorcov, u ktorej sa dosiahlo presnejších a prijateľnejších výsledkov identifikácie, pričom je treba poznamenať, že výsledky sa líšili od použitého počtu vzorkov dát a od zvoleného typu algoritmu podpriestorovej identifikácie. Je známe, že pri identifikácii sa často pre počiatočný nástrel parametrov používa metóda podpriestorovej identifikácie a ďalej sa už používa klasická metóda najmenších štvorcov alebo iné rekurzívne metódy identifikácie, ktorými sa dosahujú lepšie výsledky. Existuje aj zopár odborných článkov ([6], [7], [8]), v ktorých sa skúma identifikácia parametrov synchronného motora prostredníctvom metód podpriestorovej identifikácie. Výsledky týchto pokusov zodpovedajú o tom, že presnejšia je identifikácia prostredníctvom metódy najmenších štvorcov. V tretej časti tejto diplomovej práce došlo k pokusu realizovať a identifikovať model synchronného motora s permanentnými magnetmi prostredníctvom nelineárneho prístupu. Tento prístup spočíva v rozdelení modelu synchronného motora s permanentnými magnetmi na lineárnu a nelineárnu časť (Hammerstein-ov model) so zavedenou spätnou väzbou z výstupu lineárneho modelu na vstup nelineárneho modelu. Aj v tomto prístupe výsledky zodpovedajú tomu, že presnejšia je metóda najmenších štvorcov. Ďalším zaujímavým pokračovaním tejto práce by mohla byť online identifikácia systému v uzavretej slučke prostredníctvom rekurzívnej metódy podpriestorov, ktorá ako už bolo spomenuté sa nachádza v štádiu vývoja. Ďalšou variantou pokračovania tejto práce by mohla byť identifikácia na reálnom modeli elektrického pohonu.

# LITERATÚRA

- [1] OVERSCHEE, P., V., a MOOR, B., D. *Subspace Identification for Linear Systems, Theory, Implementation, Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996, 254 s. ISBN 0-7923-9717-7.
- [2] KATAYAMA, T. *Subspace methods for system identification*. London: Springer, 2005, 392 s. ISBN 1-85233-981-0.
- [3] VAS, P. *Parameters Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines*. New York: Oxford University Press, 1993, 360 s. ISBN 0-19-859375-9.
- [4] LJUNG, L. *System Identification, Theory For the USER*. New Jersey, 1987, 518 s. ISBN 0-13-881640-9.
- [5] TRNKA, P. *Subspace Identification Methods*. PhD Thesis, Czech Technical University in Prague, 2007, 90 s. Dostupné z URL: <<http://www.trnka.name/subspace/doku.php>>.
- [6] CORTELETTI, R., BARROS, R., P. a LIMA, N., M., A. *Parameters estimation of induction motor using subspace methods*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics. ISIE '03, Vol. 2, s. 667-671, 2003.
- [7] POULIQUEN, P., ROSSIGNOL, L., MASSIEU, F., J. a M'SAAD, M. *New approach for induction motor parameters estimation*. 11th Mediterranean Conference on Control and Automation, Rhodes, 2003.
- [8] HACHICHA, S., CHAARI, A. a KHARRAT, M. *Induction motor parameters estimation based on the subspace identification approach*. Journal of Electrical Systems (JES), Vol. 4, Issue 3, s. 288-302, 2008.
- [9] PALANTHANDALAM-MADAPUSI, H., LACY, L., S., HOAGG, B., J., a BERNSTEIN, S., D. *Subspace-Based Identification for Linear and Nonlinear Systems*. In Proc. Amer. Contr. Conf., Portland, OR, s. 2320-2334, June 2005.
- [10] FAVOREEL, W., MOOR, B., D., a OVERSCHEE, P., V. *Subspace state space system identification for industrial processes*. Jour. of Process Control, 10:149-155, 2000.
- [11] GOETHALS, I., PELCKMANS, K., SUYKENS, K., A., J., a MOOR, B., D. *Identification of mimo hammerstein model using least squares support vector machines*. Automatica, 41:1263-1272, 2005.

- [12] LACY, L., S., a BERNSTEIN, S., D. *Subspace Identification for Nonlinear System That Are Linear in Unmeasured States*. In Proc. Conf. Dec. Contr., s. 3518-3523, Orlando, Florida, December 2001.
- [13] VAN PELT, T., S., a BERNSTEIN, S., D. *Nonlinear System Identification Using Hammerstein and Nonlinear Feedback Models with Piecewise Linear Static Maps*. Int. J. Contr., 74:1807-1823, 2001.
- [14] VERHAEGEN, M., a WESTWICK, D. *Identifying MIMO Hammerstein Systems in the Context of Subspace Model Identification Methods*. Int J. Contr., 63(2):331-349, 1996.
- [15] COCK, K., D., MERCERE, G., a MOOR, B., D. *Recursive subspace identification for in - flight modal analysis of airplanes*. In Proc. of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA 2006), s. 1563-1577, Leuven, Belgium, Sept. 2006.
- [16] ESAT: *Available software for subspace identification* [online]. [cit. 2012-05-06]. Dostupné z URL: <<http://homes.esat.kuleuven.be/~smc/sysid/software/>>.
- [17] KERRIGAN, C., E., CHEN, H., a MACIEJOWSKI, M., J.: *CUEDSID 1.0 System Identification Toolbox - User's Guide* [online]. Cambridge University Engineering Department Cambridge CB2 1PZ England, 2002-06-25 [cit. 2012-05-06]. Dostupné z URL: <<http://www-control.eng.cam.ac.uk/jmm/cuedsid/>>.
- [18] LJUNG, L. *System Identification Toolbox: User's Guide* [online]. Mathworks, Natick, MA, 2012. Dostupné z URL: <[http://www.mathworks.cn/help/pdf\\_doc/ident/ident.pdf](http://www.mathworks.cn/help/pdf_doc/ident/ident.pdf)>.
- [19] CAHA, Z., ČERNÝ, M. *Elektrické pohony*. Praha: SNTL, 1990, 359 s. ISBN 80-03-00418-7.
- [20] NEBORÁK, I. *Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky, 2002, 172 s. ISBN 80-248-0083-7.
- [21] SKALICKÝ, J. *Elektrické regulované pohony*. Brno: FEKT VUT v Brně, 2007, 123 stran, Skripta.
- [22] BAŠTINEC, J., NOVÁK, M. *Moderní numerické metody*. Brno: FEKT VUT v Brně, 2007, 279 stran. Skripta.



- [23] PETRUŠKA, L. *Model synchronného motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008. 60s., 1 příloha. Vedoucí práce Ing. Libor Veselý.
- [24] KOŇARIK, R. *Řízení synchronního servomotoru v klouzávém režimu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 81s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Václavek, Ph.D.

# ZOZNAM SYMBOLOV, VELIČÍN A SKRATIEK

$A, B, C, D$	matice dynamického systému
$i$	počet riadkov blokovej Hankelovej matice
$j$	počet stĺpcov blokovej Hankelovej matice
$k$	diskrétny čas
$l$	počet výstupov
$m$	počet vstupov
$n$	počet stavov
$O_i$	šikmá projekcia
$Q, R, S$	kovariančné matice
$s$	počet prístupných meraní
$T$	nesingulárna $n \times n$ podobnostná transformácia (transponovanie matice)
$u_k$	vstup v kroku $k$
$U$	matica vstupov
$U, S, V$	matice rozkladu na singulárne čísla
$v_k$	merací šum v kroku $k$
$w_k$	procesný šum v kroku $k$
$W$	váhová matica
$x_k$	stav v kroku $k$
$X$	matica stavov
$y_k$	výstup v kroku $k$
$Y$	matica výstupov
$\Gamma$	matica pozorovateľnosti
$\Delta$	časové oneskorenie
$\Lambda$	kovariancia stochastického výstupu

$E[\bullet]$  očakávaná hodnota operátora

$A/_B C$  šikmá projekcia riadkového priestoru matice  $A$  pozdĺž riadkového priestoru matice  $B$  na riadkový priestor matice  $C$

$A/B$  kolmá projekcia riadkového priestoru matice  $A$  na riadkový priestor matice  $B$

$[A < B]$  principiálne smery riadkového priestoru matice  $A$

$A^\dagger$  Moore-Penrose pseudoinverzia matice  $A$

$AUX$  voliteľná záložná premenná, ktorá urýchľuje identifikačný proces tým, že napr, pri identifikácii systému s odlišným rádom sa táto premenná použije k tomu, aby sa vyhllo zakaždým prepočtu QR rozkladu

$I/O$  vstup-výstupné dáta

**CVA** kanonická variantná analýza

**4SID** podpriestorová identifikácia stavového modelu

**N4SID** numerická podpriestorová identifikácia stavového modelu

**SVD** rozklad na singulárne čísla

**MNC** metóda najmenších štvorcov

**PMDC** jednosmerný motor s permanentnými magnetmi

**PMSM** synchronný motor s permanentnými magnetmi

# ZOZNAM PRÍLOH

A CD médium

76

## A CD MÉDIUM

Obsahom CD média sú:

- písomná správa vo formáte pdf
- zdrojový text práce vo formáte TeX
- simulačné schémy v programe Matlab/Simulink
- algoritmy identifikácie parametrov elektrických pohonov